

11 класс

1. Окружность, центр которой расположен в первой координатной четверти, касается оси Ox в точке M , пересекает две гиперболы $y = \frac{k_1}{x}$ и $y = \frac{k_2}{x}$ ($k_1, k_2 > 0$) в точках A и B таких, что прямая AB проходит через начало координат O . Известно, что param1 . Найдите **наименьшую** возможную длину отрезка OM .

param1	Ответ
$4k_1 + k_2 = 11$	5,5
$4k_1 + k_2 = 13$	6,5
$4k_1 + k_2 = 15$	7,5
$4k_1 + k_2 = 17$	8,5
$4k_1 + k_2 = 19$	9,5

2. Функция $f(x; y)$, определенная на парах действительных чисел, удовлетворяет условиям $f(a; a) = 0$, $f(a; f(b; c)) = f(a; b) + c$ для любых a, b, c . Найдите param1 .

param1	Ответ
$f(1; 13,6)$	-2,6
$f(3,5; 7)$	-3,5
$f(25; 18,3)$	6,7
$f(-2; 7,5)$	-9,5
$f(1,1; -5)$	6,1

3. У Васи есть кубики трех цветов. Он строит из них башню, ставя каждый следующий кубик на предыдущий. Запрещено использовать более param1 кубиков каждого из цветов. Вася заканчивает строить башню, как только в ней окажется по param1 кубиков каких-то двух цветов. Сколько различных башен может построить Вася?

param1	Ответ
5	756756
6	17153136
7	399072960
4	34650

4. В основании треугольной пирамиды $DABC$ лежит равнобедренный остроугольный треугольник ABC ($AC=BC$). Известно, что $CB>AD$, а ребро DA перпендикулярно плоскости ABC . Рассматриваются проекции пирамиды $DABC$ на плоскости, содержащие прямую AC . Известно, что наибольшая площадь такой проекции равна $param1$, наименьшая равна $param2$, а площадь треугольника ABC равна $param3$. Найдите объём пирамиды $DABC$. **В ответ запишите квадрат объёма.**

param1	param2	param3	Ответ
39	15	36	1800
51	24	45	5760
75	21	72	7056
37	12	35	1120
41	9	40	720

5. Найдите все значения параметра a , при которых каждый из корней уравнения $param1$. В ответ запишите сумму целых значений параметра таких, что их модуль меньше $param2$.

param1	param2	Ответ
$x^3 - 3x - a = 0$ не меньше, чем $\frac{a}{10} + \frac{6}{5}$	61	-336
$x^3 - 12x - a = 0$ не меньше, чем $\frac{a+70}{27}$	261	1490
$3x^3 - 9x - a = 0$ не меньше, чем $\frac{a}{30} + \frac{6}{5}$	161	674
$x^3 - 3x + a = 0$ не больше, чем $-\frac{a}{10} + \frac{6}{5}$	56	-10
$x^3 - 12x + a = 0$ не больше, чем $\frac{70-a}{27}$	271	-955

6. Пусть H – точка пересечения высот остроугольного треугольника ABC . Из точек A и C проведены касательные AK и CT к окружности, построенной на отрезке BH как на диаметре. Пусть $param1$ и $param2$ – длины этих касательных. Каково **наименьшее** возможное значение длины стороны AC ? В ответ запишите квадрат длины AC .

param1	param2	Ответ
11	13	290
12	17	433
13	16	425
15	17	514
15	19	586

7. Медиана AM и высота BH треугольника ABC (H – на стороне AC) пересекаются в точке P . Найдите PH , если $AM = BH = param1$, $MN = param2$, где N – точка пересечения продолжения AM с окружностью, описанной около треугольника ABC . В ответ запишите сумму возможных значений PH .

param1	param2	Ответ
49	13	21
196	61	70
100	37	30
49	19	14
48	13	20

8. Последовательность задана формулой $x_{n+1} = param1x_n + \sqrt{(param1^2 - 1)x_n^2 + param2}$. Известно, что $x_{2017} + x_{2023} = param3$. Найдите x_{2020} .

param1	param2	param3	Ответ:
2	2	104	2
2	3	208	4
3	2	198	1
3	2	990	5
4	2	1464	3

9. Десять неотрицательных чисел таковы, что их сумма равна param1, а сумма их квадратов равна param2. Какое **наибольшее** значение может иметь **самое большое** из этих чисел?

param1	param2	Ответ
3	4,5	2,1
3	5,8	2,4
4	5,2	2,2
4	6,5	2,5
5	6,1	2,3

10. Даны неотрицательные целые числа a, b, c такие, что param1 делится на param2. Найдите **минимальное** возможное значение $a + b + c$.

param1	param2	Ответ
$24^a \cdot 6^b \cdot 18^c$	6^{100}	60
$54^a \cdot 144^b \cdot 18^c$	6^{100}	40
$12^a \cdot 324^b \cdot 48^c$	6^{70}	25
$54^a \cdot 6^b \cdot 96^c$	6^{70}	30
$108^a \cdot 288^b \cdot 36^c$	6^{220}	80