

10 класс

11. Окружность, центр которой расположен в первой координатной четверти, касается оси Ox в точке M , пересекает две гиперболы $y = \frac{k_1}{x}$ и $y = \frac{k_2}{x}$ ($k_1, k_2 > 0$) в точках A и B таких, что прямая AB проходит через начало координат O . Известно, что $param1$. Найдите **наименьшую** возможную длину отрезка OM .

param1	Ответ
$k_1 k_2 = 2,25$	3
$k_1 k_2 = 6,25$	5
$k_1 k_2 = 12,25$	7
$k_1 k_2 = 20,25$	9
$k_1 k_2 = 30,25$	11

12. У Олега есть кубики двух цветов – красного и синего. Он строит из них башню, ставя каждый следующий кубик на предыдущий. Запрещено использовать более $param1$ кубиков красного цвета и более $param2$ кубиков синего цвета. Олег заканчивает строить башню, как только в ней окажется либо $param1$ кубиков красного цвета, либо $param2$ кубиков синего цвета. Сколько различных башен может построить Олег?

param1	param2	Ответ
10	11	352716
9	11	167960
8	12	125970
13	7	77520
14	9	817190

13. Через центр O окружности Ω , описанной около треугольника ABC , проведена прямая, параллельная BC и пересекающая стороны AB и AC в точках B_1 и C_1 соответственно. Окружность ω проходит через точки B_1, C_1 и касается Ω в точке K . Найдите радиус окружности Ω , если $param1$. В ответ запишите квадрат радиуса.

param1	Ответ
$B_1 C_1 = 6, AK = 6$, а расстояние между прямыми BC и $B_1 C_1$ равно 2	25
$BC = 9, AK = 8, B_1 C_1 = 6$	24,25
$B_1 C_1 = 6, AK = 6$, а расстояние между прямыми BC и $B_1 C_1$ равно 1	17
$BC = 8, AK = 5, B_1 C_1 = 5$	18,25

14. Отмечены вершины сторон правильного param1 -угольника, а также по две различные точки на каждой стороне этого param1 -угольника, отличных от вершин (то есть всего отмечено param2). Сколько существует выпуклых четырёхугольников с вершинами в отмеченных точках?

param1	param2	Ответ
6	18 точек	2718
7	21 точка	5502
8	24 точки	9978
9	27 точек	16713
10	30 точек	26355

15. На отрезке $[10; 20]$ выбраны натуральные числа param1 такие, что param2 . Найдите **максимальное** значение выражения param3 .

param1	param2	param3	Ответ
a_1, \dots, a_{18}	$a_1 + \dots + a_{18} = 237$	$a_1^2 + \dots + a_{18}^2$	3489
a_1, \dots, a_{20}	$a_1 + \dots + a_{20} = 285$	$a_1^2 + \dots + a_{20}^2$	4525
a_1, \dots, a_{22}	$a_1 + \dots + a_{22} = 375$	$a_1^2 + \dots + a_{22}^2$	6825
a_1, \dots, a_{24}	$a_1 + \dots + a_{24} = 351$	$a_1^2 + \dots + a_{24}^2$	5721
a_1, \dots, a_{26}	$a_1 + \dots + a_{26} = 428$	$a_1^2 + \dots + a_{26}^2$	7624

16. Пусть H – точка пересечения высот остроугольного треугольника ABC . Из точек A и C проведены касательные AK и CT к окружности, построенной на отрезке BH как на диаметре. Пусть param1 и param2 – длины этих касательных. Каково **наибольшее** возможное значение длины стороны AC ? В ответ запишите квадрат длины AC .

param1	param2	Ответ
5	6	61
4	7	65
5	7	74
3	5	34
5	9	106

17. Медиана AM и высота BH треугольника ABC (H – на стороне AC) пересекаются в точке P . Какое **наибольшее** значение может принимать PH , если $AM = BH = \text{param1}$,

$MN = \text{param2}$, где N – точка пересечения продолжения AM с окружностью, описанной около треугольника ABC ?

param1	param2	Ответ
24	14	4
25	13	5
64	43	8
64	19	24
25	7	10

18. Последовательность задана формулой $x_{n+1} = \text{param1}x_n + \sqrt{(\text{param1}^2 - 1)x_n^2 + \text{param2}}$. Известно, что $x_{2018} + x_{2022} = \text{param3}$. Найдите x_{2020} .

param1	param2	param3	Ответ:
2	2	98	7
2	3	70	5
3	2	102	3
3	2	170	5
4	2	62	1

19. Пять неотрицательных чисел таковы, что их сумма равна param1 , а сумма их квадратов равна param2 . Какое **наименьшее** значение может иметь **самое маленькое** из этих чисел?

param1	param2	Ответ
15	48,2	1,4
13	38,8	0,6
12	32	0,8
11	27,4	0,6
14	46,4	0,4

20. Даны неотрицательные целые числа a, b такие, что param1 делится на param2 . Найдите **минимальное** возможное значение $a + b$.

param1	param2	Ответ
$24^a \cdot 18^b$	6^{200}	120
$54^a \cdot 144^b$	6^{200}	80
$324^a \cdot 48^b$	6^{140}	50
$54^a \cdot 96^b$	6^{140}	60
$108^a \cdot 288^b$	6^{440}	160