

(1 задача — 9.1 или 9.2; 2 задача — 9.3 или 9.4; 3 задача — 9.5; 4 задача — 9.6)

М9.1-1 Докажите, что для любых натуральных чисел a и b число $4a^2 + 4ab + 4a + 2b + 1$ является составным.

М9.1-2 Докажите, что для любых натуральных чисел a и b число $a^2 + 2ab + 4a + 4b + 4$ является составным.

М9.2 Докажите, что сумму кубов пяти последовательных натуральных чисел можно разложить в произведение трех целых чисел, каждое из которых больше 1.

М9.3-1 Каждое из 10 последовательных натуральных чисел уменьшили на 1, и произведение этих десяти чисел уменьшилось в 3 раза. Найдите наименьшее из исходных чисел.

М9.3-2 Каждое из 12 последовательных натуральных чисел уменьшили на 1, и произведение этих десяти чисел уменьшилось в 4 раза. Найдите наименьшее из исходных чисел.

М9.4-1 Задумали 17 целых чисел. Оказалось, что сумма задуманных чисел равна 125. После чего каждое число изменили: либо разделили его на 3, либо умножили его на 5. Могла ли сумма полученных 17 чисел равняться 175?

М9.4-2 Задумали 25 целых чисел. Оказалось, что сумма задуманных чисел равна 150. После чего каждое число изменили: либо разделили его на 5, либо умножили его на 3. Могла ли сумма полученных 25 чисел равняться 200?

М9.5-1 Окружность, диаметром которой является боковая сторона AB прямоугольной трапеции $ABCD$ ($\angle A = 90^\circ$), касается боковой стороны CD в точке K . Диагонали трапеции пересекаются в точке L . Найдите длину отрезка KL , если длины оснований трапеции равны 3 и 5.

М9.5-2 Окружность, диаметром которой является боковая сторона AB прямоугольной трапеции $ABCD$ ($\angle A = 90^\circ$), касается боковой стороны CD в точке K . Диагонали трапеции пересекаются в точке L . Найдите длину отрезка KL , если длины оснований трапеции равны 3 и 7.

М9.6 В клетках доски 7×7 стоят лжецы и рыцари (в каждой клетке — по одному человеку). Лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду. Каждый сказал: «В соседних со мной клетках нет рыцарей». Клетки считаются соседними, если у них есть хотя бы одна общая вершина. Какое наименьшее число рыцарей могло стоять на доске?