

(1 задача — 11.1; 2 задача — 11.2; 3 задача — 11.3 или 11.4; 4 задача — 11.5 или 11.6)

**М11.1-1** На сторонах треугольника  $ABC$  отметили точки: 10 — на стороне  $AB$ , 11 — на стороне  $BC$ , 12 — на стороне  $AC$ . При этом ни одна из вершин треугольника  $ABC$  не отмечена. Сколько существует треугольников с вершинами в отмеченных точках?

**М11.1-2** На сторонах треугольника  $ABC$  отметили точки: 12 — на стороне  $AB$ , 9 — на стороне  $BC$ , 10 — на стороне  $AC$ . При этом ни одна из вершин треугольника  $ABC$  не отмечена. Сколько существует треугольников с вершинами в отмеченных точках?

**М11.2** Найдите все решения уравнения  $\frac{1}{a^3} - \frac{1}{b} = \frac{1}{72}$  в натуральных числах.

**М11.3** Числа  $a, b, c, d$ , где  $0 < a < c$  таковы, что каждое из уравнений  $x^2 + ax + b = 0$  и  $x^2 + cx + d = 0$  имеет ровно по одному решению. Сколько решений может иметь уравнение  $x^2 + (c - a)x + (d - b) = 0$ ?

**М11.4-1** Числа  $x, y, z$  таковы, что  $4x > y^2 + z^2$ ,  $4y > x^2 + z^2$ ,  $4z > y^2 + x^2$ . Докажите, что  $xyz < 8$ .

**М11.4-2** Числа  $x, y, z$  таковы, что  $6x > y^2 + z^2$ ,  $6y > x^2 + z^2$ ,  $6z > y^2 + x^2$ . Докажите, что  $xyz < 27$ .

**М11.5** На сторонах  $BC$  и  $BA$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $A_1$  и  $C_1$  соответственно так, что  $\angle BAA_1 = \angle BCC_1$ . Биссектриса  $BL$  треугольника  $ABC$  пересекает отрезок  $A_1C_1$  в точке  $K$ . Докажите, что  $A_1K \cdot CL = C_1K \cdot AL$ .

**М11.6** Сфера  $\Omega$  касается каждого из боковых рёбер  $SA, SB, SC$  треугольной пирамиды  $SABC$ , а также касается её основания в центре описанной около него окружности. Докажите, что центр сферы лежит на высоте пирамиды.