

**М10.1-1** Известно, что числа  $2a + b$ ,  $2b + c$  и  $2c + a$  являются членами бесконечной в обе стороны арифметической прогрессии. Верно ли, что число  $5a - 2b$  также является членом этой прогрессии?

**М10.1-2** Известно, что числа  $2a + b$ ,  $2b + c$  и  $2c + a$  являются членами бесконечной в обе стороны арифметической прогрессии. Верно ли, что число  $2a + 4b - 3c$  также является членом этой прогрессии?

**М10.2-1** В треугольнике  $ABC$  проведены медиана  $AM$ , биссектриса  $CL$ , точка  $D$  лежит на стороне  $AC$ . Найдите  $AB$ , если известно, что середина биссектрисы  $CL$  является серединой отрезка  $DM$ ,  $AC = 15$  и  $\cos \angle BAC = \frac{1}{3}$ .

**М10.2-2** В треугольнике  $ABC$  проведены медиана  $AM$ , биссектриса  $CL$ , точка  $D$  лежит на стороне  $AC$ . Найдите  $AB$ , если известно, что середина биссектрисы  $CL$  является серединой отрезка  $DM$ ,  $AC = 10$  и  $\cos \angle BAC = \frac{1}{4}$ .

**М10.3-1** На некоторой планете между тремя городами  $A$ ,  $B$  и  $C$  проложены дороги так, что каждый город с каждым связывают несколько (больше одной) дорог (движение по всем дорогам двустороннее). Назовем путями из города  $X$  в город  $Y$  все дороги, напрямую связывающие эти города, а также проезд вначале из  $X$  в третий город  $Z$ , а потом из  $Z$  в город  $Y$ . Известно, что города  $A$  и  $B$  связывают 43 пути, а города  $B$  и  $C$  — 29 путей. Сколько путей может связывать города  $A$  и  $C$ ?

**М10.3-2** На некоторой планете между тремя городами  $A$ ,  $B$  и  $C$  проложены дороги так, что каждый город с каждым связывают несколько (больше одной) дорог (движение по всем дорогам двустороннее). Назовем путями из города  $X$  в город  $Y$  все дороги, напрямую связывающие эти города, а также проезд вначале из  $X$  в третий город  $Z$ , а потом из  $Z$  в город  $Y$ . Известно, что города  $A$  и  $B$  связывают 60 путей, а города  $B$  и  $C$  — 45 путей. Сколько путей может связывать города  $A$  и  $C$ ?

**М10.4-1** Действительные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  удовлетворяют неравенствам  $a \geq \frac{1}{7}$ ,  $b \geq \frac{1}{7}$ ,  $a + b \leq 2c$ . Докажите, что

$$\sqrt{\left(a - \frac{1}{7}\right)\left(b + \frac{1}{7}\right)} + \sqrt{\left(b - \frac{1}{7}\right)\left(a + \frac{1}{7}\right)} < \sqrt{4c^2 - \frac{2}{49}}.$$

**М10.4-2** Действительные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  удовлетворяют неравенствам  $a \geq \frac{1}{9}$ ,  $b \geq \frac{1}{9}$ ,  $a + b \leq 2c$ . Докажите, что

$$\sqrt{\left(a - \frac{1}{9}\right)\left(b + \frac{1}{9}\right)} + \sqrt{\left(b - \frac{1}{9}\right)\left(a + \frac{1}{9}\right)} < \sqrt{4c^2 - \frac{2}{81}}.$$