

Выездная физико-математическая олимпиада МФТИ. Январь – февраль 2021г.
Решения. 9 класс. Физика

1.1. 1) Продолжительность T полета мяча и максимальная высота H связаны соотношением

$$T = \sqrt{\frac{8H}{g}} = 4 \text{ с.}$$

2) Из кинематики равнопеременного движения в однородном поле тяжести следует $V_0 \sin \alpha = g \frac{T}{2}$, здесь V_0 - начальная скорость мяча, стартовавшего под углом α к горизонту. Далее находим высоту, на которой мяч ударится в стенку,

$$h = V_0 \sin \alpha (T - \tau) - \frac{g}{2} (T - \tau)^2 = \frac{g}{2} (T - \tau) \tau = 15 \text{ м.}$$

1.2. 1) Из кинематики равнопеременного движения в однородном поле тяжести следует: продолжительность T полета мяча и максимальная высота H связаны соотношением

$$H = \frac{gT^2}{8} = 11,25 \text{ м.}$$

2) Кроме этого, $V_0 \sin \alpha = g \frac{T}{2}$, здесь V_0 - начальная скорость мяча, стартовавшего под углом α к горизонту. Далее находим высоту, на которой мяч ударится в стенку,

$$h = V_0 \sin \alpha (T - \tau) - \frac{g}{2} (T - \tau)^2 = \frac{g}{2} (T - \tau) \tau = 10 \text{ м.}$$

2. 1) Пусть F - сила натяжения нити, N - сила, действующая на шарик со стороны платформы. Ускорение $a = \omega^2 (l + 2l \cos \alpha) = 2\omega^2 l$. По второму закону Ньютона в проекциях на горизонтальное направление (от шарика к оси вращения) $F \cos \alpha = ma$. Тогда $F = \frac{ma}{\cos \alpha} = 4m\omega^2 l$.

2) По второму закону Ньютона в проекциях на вертикальное направление $N + F \sin \alpha - mg = 0$. Получаем $N = mg - F \sin \alpha = m(g - 2\sqrt{3}\omega^2 l)$. Отрыва не будет при $N > 0$, т.е. при $\omega < \sqrt{\frac{g}{2\sqrt{3}l}}$.

3.1. 1) Стержень действует на клин силой перпендикулярной поверхности клина и по величине равной $P = mg \cos \alpha$, тогда по второму закону Ньютона

$$F = P \sin \alpha = mg \sin \alpha \cos \alpha = 5 \text{ Н.}$$

2) Силу сняли, система пришла в движение. Из второго закона Ньютона для клина, движущегося по горизонтальной прямой, следует

$$Ma_1 = N \sin \alpha,$$

здесь N - сила, с которой стержень действует на клин; для стержня

$$ma_2 = mg \cos \alpha - N.$$

Из этих соотношений с учетом кинематической связи $a_2 = a_1 \sin \alpha$ приходим к ответу на второй вопрос задачи

$$a_1 = \frac{m \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{M + m \cdot \sin^2 \alpha} g = 1 \text{ м/с}^2.$$

3.2. 1) Система в покое. Стержень действует на клин силой перпендикулярной поверхности клина и по величине равной $P = mg \cos \alpha$. Тогда клин действует на стол вертикальной силой по величине равной

$$P = (M + m \cos^2 \alpha) g = 25 \text{ Н.}$$

2) Силу сняли, система пришла в движение. Второй закон Ньютона для клина, движущегося по горизонтальной прямой, $Ma_1 = N \sin \alpha$, здесь N – сила, с которой стержень действует на клин. Второй закон Ньютона для стержня $ma = mg \cos \alpha - N$. С учетом кинематической связи $a = a_1 \sin \alpha$ приходим к ответу на второй вопрос задачи

$$a = \frac{m \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha}{M + m \cdot \sin^2 \alpha} g \approx 1,4 \text{ м/с}^2.$$

4.1. 1) Условие равновесия стержня: $T + 2T + T = mg$. Отсюда сила натяжения нити $T = \frac{1}{4} mg$.

2) Запишем условие равновесия стержня для моментов сил относительно оси, проходящей через точку крепления правого конца нити:

$$mgx = 2T \cdot 8r + T(2r + 4r + 6r).$$

Отсюда $x = 7r$.

4.2. 1) Условие равновесия стержня: $T + 2T + T = mg$. Отсюда сила натяжения нити $T = \frac{1}{4} mg$.

2) Запишем условие равновесия стержня для моментов сил относительно оси, проходящей через точку крепления правого конца нити:

$$mgx = 2T \cdot 10r + T(2r + 4r + 8r).$$

Отсюда $x = 8,5r$.

5. 1) Для шара $T + \rho Vg = 8\rho Vg$. Откуда сила натяжения нити $T = 7\rho Vg = 70 \text{ Н}$.

2) Условие равновесия сосуда с содержимым

$$N + T = mg + Mg + 8\rho Vg.$$

Здесь N – сила давления сосуда на стол. С учетом выражения для T получаем $N = (m + M + \rho V)g = 80 \text{ Н}$.

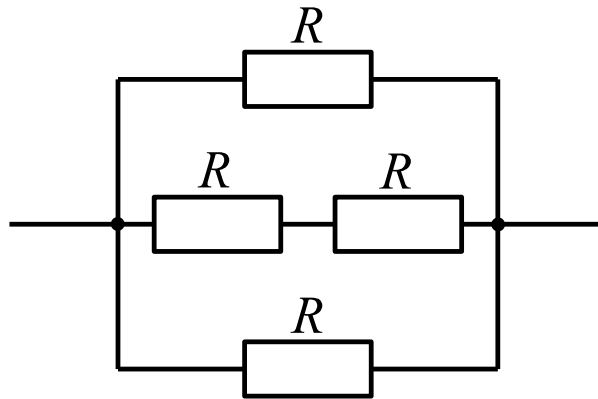
6.1. 1) Рассмотрим следующий вариант соединения резисторов: параллельно соединим резисторы с сопротивлениями 2 Ом и 5 Ом и независимо соединим параллельно резисторы с сопротивлениями 3 Ом и 4 Ом. Далее эти пары соединим последовательно. Эквивалентное сопротивление такой цепочки резисторов

$$R_{\text{ЭКВ}} = \frac{2 \cdot 5}{2+5} + \frac{3 \cdot 4}{3+4} = \frac{22}{7} \approx 3,14286 \text{ Ом.}$$

2) Относительная погрешность приближения к числу $\pi \approx 3,14159$ составляет

$$\varepsilon = \frac{3,14286 - 3,14159}{3,14} \cdot 100\% \approx 0,04\% .$$

6.2.



1) Рассмотрим вариант соединения четырех резисторов, представленный на схеме (здесь $R = 4 \text{ Ом}$). Эквивалентное сопротивление такой цепи найдем из равенства

$$\frac{1}{R_{\text{ЭКВ}}} = \frac{1}{2R} + 2 \frac{1}{R}, \quad R_{\text{ЭКВ}} = \frac{2}{5} R = \frac{2 \cdot 4}{5} = 1,6 \text{ Ом.}$$

2) Относительная погрешность приближения к числу $\Phi \approx 1,618$ составляет

$$\varepsilon = \frac{1,618 - 1,600}{1,618} \cdot 100\% \approx 1,1\% .$$