

**Выездная физико-математическая олимпиада МФТИ. Январь – февраль 2021г.  
Решения. 10 класс. Физика**

1.1. 1)  $S = \frac{V_0}{2}t$ . Отсюда  $V_0 = \frac{2S}{t} = 10 \text{ м/с}$ . 2)  $V_1^2 = 2aS_1$ ,  $V_0^2 = 2aS$ .  $V_1 = V_0\sqrt{\frac{S_1}{S}} = \frac{2S}{t}\sqrt{\frac{S_1}{S}} = 8 \text{ м/с}$ .

1.2. 1)  $S = \frac{V_0}{2}t$ . Отсюда  $V_0 = \frac{2S}{t} = 12 \text{ м/с}$ . 2)  $S = \frac{1}{2}at^2$ ,  $S_1 = \frac{1}{2}at_1^2$ .  $t_1 = t\sqrt{\frac{S_1}{S}} = 3 \text{ с}$ .

2. 1)  $N_1 = mg \cos \alpha = \frac{3}{4}mg$ . 2)  $N_2 = 3mg + N_1 \cos \alpha = mg(3 + \cos^2 \alpha) = \frac{57}{16}mg$ .

3.1. 1) По теореме об изменении полной механической энергии

$$0,5kX_1^2 - 0,5kA^2 = -\mu mg(A - X_1).$$

Здесь  $X_1$  – координата точки останова. В начале отсчета упругая сила, действующая на груз, нулевая, груз стартует из точки  $X = A$ . Из теоремы следует  $X_1 = -A + \frac{2\mu mg}{k}$ . В рассматриваемом случае упругая сила в точке останова равна максимальной силе трения

$$k\left(A - \frac{2\mu mg}{k}\right) = \mu mg,$$

$$k = \frac{3\mu mg}{A} = \frac{3 \cdot 0,4 \cdot 1 \cdot 10}{0,2} = 60 \text{ Н/м}.$$

2) Для ответа на второй вопрос задачи повторно обратимся к теореме об изменении полной механической энергии. В любой момент времени

$$0,5kX^2 + 0,5mV^2 - 0,5kA^2 = -\mu mg(-X + A).$$

Отсюда находим зависимость скорости от координаты

$$V = \sqrt{\frac{k}{m}\left(\frac{A^2}{3} + x\left(\frac{2}{3}A - x\right)\right)}.$$

Максимум параболы лежит посередине между корнями в точке  $x = \frac{A}{3}$ . Отсюда приходим к ответу на второй вопрос задачи

$$V_M = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{3}\mu gA} = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{3} \cdot 0,4 \cdot 10 \cdot 0,2} \approx 1,0 \text{ м/с}.$$

3.2. 1) По теореме об изменении полной механической энергии

$$0,5kX_1^2 - 0,5kA^2 = -\mu mg(A - X_1).$$

Здесь  $X_1$  – координата точки останова. В начале отсчета упругая сила, действующая на груз, нулевая, груз стартует из точки  $X = A$ . Из теоремы следует  $X_1 = -A + \frac{2\mu mg}{k}$ . В рассматриваемом случае упругая сила в точке останова равна максимальной силе трения

$$k\left(A - \frac{2\mu mg}{k}\right) = \mu mg,$$

$$\mu = \frac{kA}{3mg} = \frac{100 \cdot 0,3}{3 \cdot 5 \cdot 10} = 0,2.$$

2) Для ответа на второй вопрос задачи повторно обратимся к теореме об изменении полной механической энергии. В любой момент времени

$$0,5kx^2 + 0,5mV^2 - 0,5kA^2 = -\mu mg(-X + A).$$

Отсюда

$$0,5mV^2 = \frac{1}{6}kA^2 + \frac{1}{2}kx\left(\frac{2}{3}A - x\right).$$

Кинетическая энергия зависит от координаты  $x$  по квадратичному закону. Максимум параболы лежит посередине между корнями в точке  $x = \frac{A}{3}$ . Отсюда приходим к ответу на второй вопрос задачи

$$K_{MAX} = \frac{2}{9}kA^2 = \frac{2}{9} \cdot 100 \cdot 0,3^2 = 2 \text{ Дж.}$$

**4.1.** 1) Количество теплоты при изобарическом расширении

$$Q_{12} = \nu \frac{5}{2} R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}(\nu RT_2 - \nu RT_1) = \frac{5}{2}(P_1 V_2 - P_1 V_1) = \frac{5}{2} P_1 (V_2 - V_1) = \frac{5}{2} A.$$

2) Аналогично, при изобарическом сжатии

$$Q_{34} = \frac{5}{2} A_{34} = \frac{5}{2} \left(-\frac{A}{3}\right) = -\frac{5}{6} A.$$

Работа газа за цикл  $A_c = Q_{12} + Q_{34} = \frac{5}{3} A$ . КПД  $\eta = \frac{A_c}{Q_{12}} = \frac{2}{3}$ .

**4.2.** 1) Количество теплоты при изобарическом расширении

$$Q_{12} = \nu \frac{5}{2} R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}(\nu RT_2 - \nu RT_1) = \frac{5}{2}(P_1 V_2 - P_1 V_1) = \frac{5}{2} P_1 (V_2 - V_1) = \frac{5}{2} A.$$

2) При изобарическом сжатии  $Q_{34} = -\frac{15}{8} A$ . Работа за цикл  $A_c = Q_{12} + Q_{34} = \frac{5}{8} A$ . КПД  $\eta = \frac{A_c}{Q_{12}} = \frac{1}{4}$ .

**5.** 1) Отношение плотностей пара  $\rho_2 / \rho_1 = 4$ . Плотность пара увеличилась в 4 раза.

2)  $P_{2H} = 10^5$  Па.  $P_{1H} \varphi_1 = \frac{\rho_1}{\mu} RT_1$ ,  $P_{2H} \varphi_2 = \frac{\rho_2}{\mu} RT_2$ . Отсюда  $\varphi_2 = \frac{P_{1H} T_2 \rho_2}{P_{2H} T_1 \rho_1} \varphi_1 = \frac{3 P_{1H} T_2}{P_{2H} T_1} \varphi_1 \approx 3,7\%$ .

**6.** 1) Закон Ома для полной цепи  $E = Ir + IR$ , перепишем в виде  $E = \frac{U}{R} r + U$ , здесь  $U = IR$  –

напряжение на зажимах батареи. Тогда в первом случае  $E = \frac{U_1}{R} r + U_1$ . Во втором случае

$E = \frac{2U_2}{R} r + U_2$ . Из приведенных соотношений следует  $\frac{U_1}{R} r + U_1 = 2 \frac{U_2}{R} r + U_2$ . Отсюда находим

внутреннее сопротивление  $r = \frac{U_1 - U_2}{2U_2 - U_1} R = \frac{10 - 7}{2 \cdot 7 - 10} \cdot 16 = 12 \text{ Ом}$  и ЭДС батареи

$$E = \frac{U_1}{R} r + U_1 = 10 \left( \frac{12}{16} + 1 \right) = 17,5 \text{ В.}$$

2) Мощность, рассеиваемая на внешнем сопротивлении,  $P = I^2 R = \left( \frac{E}{r + R} \right)^2 R = \frac{E^2}{r} \cdot \frac{1}{2 + \frac{R}{r} + \frac{r}{R}}$

достигает наибольшего значения при наименьшей величине знаменателя второго сомножителя в этой

формуле. Из неравенства  $(x-1)^2 \geq 0$  при  $x > 0$  следует  $x + \frac{1}{x} \geq 2$ . Тогда наибольшая мощность в опыте достигается при  $R = r = 12$  Ом и равна  $P_{MAX} = \frac{E^2}{4r} = \frac{17,5^2}{4 \cdot 12} \approx 6,4$  Вт.