

1. Время полёта (одинаково при выстреле вверх по склону и вниз):

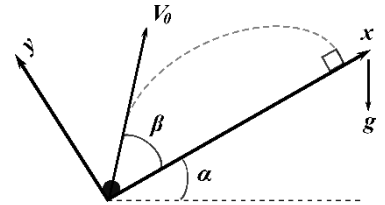
$$t_{\text{п}} = \frac{2V_0 \sin \beta}{g \cos \alpha} = \frac{V_0 \cos \beta}{g \sin \alpha} \Rightarrow \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\cos \alpha}{2 \sin \alpha} \quad (1)$$

При выстреле вверх по склону: $S_1 = \frac{V_0^2 \cos^2 \beta}{2g \sin \alpha}$ (2)

1) При выстреле вниз по склону: $S_2 = \frac{3V_0^2 \cos^2 \beta}{2g \sin \alpha} = 3S_1 = 2100 \text{ м.}$

2) При выстреле вдоль горизонтальной поверхности: $L = \frac{2V_0^2 \sin \beta \cos \beta}{g}$ (3),

(1),(2) \rightarrow (3): $L = 2S_1 \cos \alpha \quad L = \sqrt{3}S_1 \approx 1212 \text{ м}$



2. ЗСЭ для шайбы: $\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + mgh; h = R(1 - \cos \alpha) \Rightarrow a_{\text{ц}} = \frac{V^2}{R} = 2g \cos \alpha$

1) $|P| = |N| = m(a_{\text{ц}} + g \cos \alpha) = 3mg \cos \alpha = \frac{3\sqrt{3}}{2} mg \approx 2,6mg$

2) Чаша начнёт скользить при $P \sin \alpha = \mu(3mg + P \cos \alpha) \Rightarrow \mu = \frac{P \sin \alpha}{3mg + P \cos \alpha}; \mu = \frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{7} \approx 0,25$

3. После соударения из ЗСИ: $V_1 = V_0 \sin \alpha = \frac{V_0}{2}$ (1)

1) Из (1): $\sin \alpha = \frac{1}{2}, \alpha = 30^\circ, d = R$

2) После соударения шайбы разлетаются под прямым углом

$$(V_1 T)^2 + (2R + TV_2)^2 = S^2; \quad T^2(V_2^2 + V_1^2) + 4RV_2 T + 4R^2 - S^2 = 0$$

$$T = \frac{-4RV_2 + \sqrt{4S^2(V_2^2 + V_1^2) - 16R^2V_1^2}}{2(V_2^2 + V_1^2)}$$

$$T = \frac{\sqrt{S^2 - R^2} - \sqrt{3}R}{V_0}$$

4. 1) $\begin{cases} P_1 \cdot S + F_{\text{тр}} = P_0 S \\ P_2 \cdot S = P_0 S + F_{\text{тр}} \end{cases} \Rightarrow P_1 + P_2 = 2P_0$ (1)

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_2 V_2}{T_0} \Rightarrow P_2 = P_0 \frac{V_0}{V_2}$$
 (2)

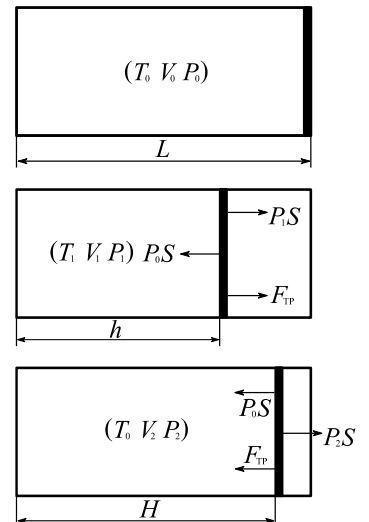
(2) \rightarrow (1) $\frac{P_1}{P_0} = 2 - \frac{V_0}{V_2}$ (3); $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \Rightarrow T_1 = T_0 \frac{P_1 V_1}{P_0 V_0}$ (4)

(3) \rightarrow (4) $T_1 = T_0 \left(2 \frac{h}{L} - \frac{h}{H} \right)$

$$T_1 = 300 \left(2 \frac{0,4}{0,5} - \frac{0,4}{0,46} \right) = 219 \frac{3}{23} \approx 219 \text{ К.}$$

2) $F_{\text{тр}} = S(P_2 - P_0) = P_0 S \left(\frac{L-H}{H} \right) = \frac{20 \cdot 10^3}{23} = \frac{20}{23} \text{ кН} \approx 870 \text{ Н}$

3) $V = \text{const} \quad Q_{V_2} = \Delta U = 5hSP_0 \left(\frac{L}{H} - 1 \right) = \frac{40}{23} \text{ кДж} \approx 1,7 \text{ кДж}$



5. $U = \text{const}$

1) $U = \frac{5}{2} RvT_1 + \frac{5}{2} R \cdot 1,5v \cdot \frac{5}{4} T_1 = \frac{115}{16} vRT_1$

$$U = 2,5vC_{V_{\text{см}}} \cdot T_2$$

$$U = 2,5v \cdot \frac{5}{2} RT_2 = 6,25vRT_2; \quad T_2 = 1,15T_1$$

2) $P_2 = \frac{2,5vRT_2}{V} = 2,875 \frac{vRT_1}{V}$

1. Из решения задачи 1 билета 10-01:

$$1) S_1 = \frac{L}{2 \cos \alpha} = 1875 \text{ м};$$

$$2) S_2 = 3S_1 = \frac{3L}{2 \cos \alpha} = 5625 \text{ м}$$

2. ЗСЭ для шарика $mgl = mgl(1 - \cos \alpha) + \frac{mV^2}{2}$; $\Rightarrow a_{\text{ц}} = \frac{V^2}{l} = 2g \cos \alpha$;

$$1) |P| = |T| = m(a_{\text{ц}} + g \cos \alpha) = 3mg \cos \alpha = \frac{3\sqrt{3}}{2} mg \approx 2,6mg$$

2) Брусок начнёт скользить при $P \cdot \sin \alpha = \mu(Mg + P \cdot \cos \alpha)$; $\Rightarrow M = 3m \left(\frac{\sin 2\alpha}{2\mu} - \cos^2 \alpha \right)$;

$$M = 3m \left(\frac{7}{8} - \frac{2}{4} \right) = \frac{9}{8} m \approx 1,125m$$

3. Из решения задачи 3 варианта 10-01:

$$V_0 = \frac{\sqrt{S^2 - R^2} - \sqrt{3}R}{T}.$$

4. Из решения задачи 4 варианта 10-01:

$$1) T_0 = \frac{T_1}{\left(2 \frac{h}{L} \frac{h}{H}\right)} = \frac{T_1}{\left(2 \frac{0,6}{1,2} \frac{0,6}{1}\right)} = 2,5T_1 = 750 \text{ К} \quad ;$$

$$2) F_{\text{тр}} = P_0 S \left(\frac{L-H}{H} \right) = 100 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \left(\frac{1,2-1}{1} \right) = 2 \cdot 10^3 \text{ Н} = 2 \text{ кН}$$

$$V = \text{const}; Q_{V_1} = \frac{5}{2} (P_0 - P_1) V_0 = \frac{5}{2} P_0 L S \left(\frac{L}{H} - 1 \right) = \frac{5}{2} \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 1,2 \cdot 0,1 \left(\frac{1,2}{1} - 1 \right) = 6 \cdot 10^3 = 6 \text{ кДж}$$

5. $U = \text{const}$

$$1) U = \frac{5}{2} R \nu T_1 + \frac{5}{2} R \cdot 2\nu \cdot \frac{4}{3} T_1 = \frac{55}{6} \nu R T_1$$

$$U = 3\nu \cdot \frac{5}{2} R T_2 = \frac{15}{2} \nu R T_2 \quad ; \quad T_2 = \frac{11}{9} T_1$$

$$2) P_2 = \frac{3\nu R T_2}{V} = \frac{11}{3} \frac{\nu R T_1}{V}.$$

1. 1) $H = \frac{(V_0 \sin \alpha)^2}{2g} = 6,05 \text{ м}$

2) t_1 - время полета 1-го мяча до стенки $t_1 = \frac{l}{V_0 \cos \alpha}$ (1)

$$h = V_0 \sin \alpha \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = V_0 \sin \alpha \cdot \frac{l}{V_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \frac{l^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha} = l \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gl^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} = l \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gl^2}{2V_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \quad (2)$$

Аналогично для 2-го мяча: $h = l \cdot \operatorname{tg} 2\alpha - \frac{gl^2}{2\left(\frac{V_0}{2}\right)^2} (1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha)$ (3)

Из (2), (3): $l \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gl^2}{2V_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = l \cdot \operatorname{tg} 2\alpha - \frac{gl^2}{2V_0^2} (4 + 4 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha)$

$$l = \frac{2V_0^2(\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha)}{g(3 + 4\operatorname{tg}^2 2\alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha)} = \frac{\sqrt{3} V_0^2}{11 g} \quad (4); \quad (4) \rightarrow (2): h = \frac{9}{121} \frac{V_0^2}{g} = 3,6 \text{ м}$$

3) Полное время полета 2-го мяча: $T_2 = \frac{2\left(\frac{V_0}{2}\right) \sin 2\alpha}{g} = \frac{V_0 \sin 2\alpha}{g} = \frac{\sqrt{3} V_0}{2 g}$

Время полета 2-го мяча до стенки: $t_2 = \frac{l}{\frac{V_0}{2} \cos 2\alpha} = \frac{4\sqrt{3} V_0}{11 g}$; $\tau = T_2 - t_2 = \frac{3\sqrt{3} V_0}{22 g} \approx 0,52 \text{ с.}$

2. 1) Рассмотрим движение в системе отсчёта нижней пластины, тогда

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2} - v_2 = \frac{v_1 - v_2}{2} = 0,1 \text{ м/с}$$

2) Запишем 2-й закон Ньютона в системе, где центр сферы неподвижен (v' - скорость жука):

$$v' = \frac{(v_1 + v_2)}{2} = 0,5 \text{ м/с}; \quad N - mg \cos \alpha = \frac{mv'^2}{R}; \quad N = mg \cos \alpha + \frac{mv'^2}{R}; \quad F_{\text{тр}} = mg \sin \alpha$$

$$P = \sqrt{N^2 + F_{\text{тр}}^2} = \sqrt{(mg)^2 + \left(\frac{mv'^2}{R}\right)^2 + \frac{2m^2 g v'^2 \cos \alpha}{R}}$$

P_{\max} при $\cos \alpha = 1$, т.е. $\alpha = 0$: $P_{\max} = mg + \frac{mv'^2}{R} = m \left(g + \frac{v'^2}{R} \right) = 12,5 \cdot 10^{-3} \text{ Н.}$

3. XY – неподвижная система отсчёта. Ось Y в момент удара проходит через центры 1-й и 2-й шайб (от 1-й ко 2-ой), ось X – через точку касания шайб (направо вверх). β – угол между \vec{v} и осью Y.

$$\sin \beta = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}; \quad \beta = 30^\circ \quad v'_{1x} = v \sin \beta = \frac{v}{2}$$

При абсолютно упругом ударе силы взаимодействия действуют вдоль оси Y, поэтому проекции импульсов и скоростей шайб на ось x сохраняются.

Записав ЗСЭ и ЗСИ на ось y можно показать, что $v'_{2y} = v_{1y}, v'_{1y} = v_{2y} = -2v \cos \beta$

$$v'_1 = \sqrt{v'^2_{1x} + v'^2_{1y}} = \sqrt{v^2 \sin^2 \beta + 4v^2 \cos^2 \beta} = v \sqrt{1 + 3 \cos^2 \beta} = \frac{\sqrt{13}}{2} v \approx 1,8v.$$

$V_1 = v'_1 = \frac{\sqrt{13}}{2} v$ – ответ на 1-й вопрос. $\operatorname{tg} \gamma = \frac{v \sin \beta}{2v \cos \beta} = \frac{1/2}{2 \cdot \sqrt{3}/2} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

$\alpha = \pi - \beta - \gamma = \frac{5}{6} \pi - \gamma$, где $\operatorname{tg} \gamma = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ - ответ на 2-й вопрос ($\alpha \approx 2,33 \text{ рад} \approx 133^\circ$).

Замечание: задачу можно решить проще, перейдя в С.О., движущуюся со скоростью \vec{V} .

Тогда $\alpha = \pi - \delta$, где $\operatorname{tg} \delta = \frac{3\sqrt{3}}{5}$.

4. $(P_{\text{св}} + P_0)S = P_0S + Mg \Rightarrow P_{\text{св}} = 0,5P_0 = 0,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$ (1)

$P'_{\text{св}}S = P_0S + Mg \Rightarrow P'_{\text{св}} = 1,5P_0$ (2)

$$\left. \begin{array}{l} P'_{\text{св}}Sh = \nu RT_2 \\ P_{\text{св}}SH = \nu RT_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{P'_{\text{св}} h}{P_{\text{св}} H} = \frac{T_2}{T_1}; \quad h = \frac{P_{\text{св}} T_2}{P'_{\text{св}} T_1} H = \frac{0,5 \cdot 280}{1,5 \cdot 373} \cdot 20 \approx 5 \text{ см}$$

5. $U_{\text{He}} + U_{N_2} = U'_{\text{He}} + U'_{N_2}; \quad \nu C_{V\text{He}} \cdot T_1 + 3\nu C_{V N_2} \cdot \frac{6}{5} T_1 = \nu C_{V\text{He}} \cdot T_2 + 3\nu C_{V N_2} \cdot T_2$

$$\left(\frac{3}{2} + 3 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5} \right) T_1 = \left(\frac{3}{2} + 3 \cdot \frac{5}{2} \right) T_2; \quad T_2 = \frac{3+18}{3+15} T_1 = \frac{7}{6} T_1 \quad (1); \quad P'_{\text{He}} = \frac{\nu RT_2}{V}; \quad P'_{N_2} = \frac{3\nu RT_2}{V} \quad (2)$$

$$P = P'_{\text{He}} + P'_{N_2} = \frac{4\nu RT_2}{V} = \frac{4\nu R}{V} \cdot \frac{7}{6} T_1 = \frac{14}{3} \frac{\nu RT_1}{V}$$

1. 1) $\tau = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} = 0,9$ с; 2) t_1 - время полета 1-го мяча до стенки $t_1 = \frac{l}{V_0 \cos \alpha}$ (1)
 $h = V_0 \sin \alpha \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = V_0 \sin \alpha \cdot \frac{l}{V_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \frac{l^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha} = l \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gl^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} = l \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gl^2}{2V_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)$ (2)

Аналогично для 2-го мяча: $h = l \cdot \operatorname{tg} 2\alpha - \frac{gl^2}{2\left(\frac{V_0}{2}\right)^2} (1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha)$ (3)

Из (2), (3): $l \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gl^2}{2V_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = l \cdot \operatorname{tg} 2\alpha - \frac{gl^2}{2V_0^2} (4 + 4 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha)$

$l = \frac{2V_0^2(\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha)}{g(3 + 4\operatorname{tg}^2 2\alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha)} = \frac{\sqrt{3} V_0^2}{11 g}$ (4); (4)→(2): $h = \frac{9}{121} \frac{V_0^2}{g} = 2,4$ м

3) Дальность полёта 2-го мяча без стенки: $l_2 = \frac{\left(\frac{V_0}{2}\right)^2 \sin 4\alpha}{g} = \frac{V_0^2 \sin 4\alpha}{4g} = \frac{\sqrt{3} V_0^2}{8g}$

$L = l_2 - l = \left(\frac{\sqrt{3}}{8} - \frac{\sqrt{3}}{11}\right) \frac{V_0^2}{g} = \frac{3\sqrt{3} V_0^2}{88 g} \approx 1,9$ м.

2. 1) В системе отсчёта, где центр сферы неподвижен, скорость жука

$v' = \frac{v_1 + v_2}{2}$, поэтому $T = \frac{2\pi R}{v'} = \frac{4\pi R}{v_1 + v_2} \approx 0,63$ с

2) запишем 2-й закон Ньютона в системе, где центр сферы неподвижен. Предположим, что сила реакции сферы в верхней точке направлена вниз. $N + mg = \frac{mv'^2}{R}$; $N = \frac{mv'^2}{R} - mg < 0$

$P = |N| = m \left(g - \frac{v'^2}{R} \right) = 0,01$ Н (Жук действует на сферу с силой P, направленной вниз).

3. XY – неподвижная система отсчёта. Ось Y в момент удара проходит через центры 1-й и 2-й шайб (от 1-ой ко 2-ой), ось X – через точку касания шайб (влево вниз).

β – угол между \vec{v} и осью Y. $\sin \alpha = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$; $\alpha = 30^\circ$

При абсолютно упругом ударе силы взаимодействия действуют вдоль оси Y, поэтому проекции импульсов и скоростей шайб на ось x сохраняются.

Записав ЗСЭ и ЗСИ на ось y можно показать, что $v'_{2y} = v_{1y}$, $v'_{1y} = v_{2y}$ $v'_{2y} = v \cos \alpha$

$v'_2 = \sqrt{v'^2_{2x} + v'^2_{2y}} = \sqrt{4v^2 \sin^2 \alpha + v^2 \cos^2 \alpha} = v \sqrt{1 + 3 \sin^2 \frac{\pi}{6}} = \frac{\sqrt{7}}{2} v$.

$V_2 = v'_2 = \frac{\sqrt{7}}{2} v$ – ответ на 1-й вопрос.

$\operatorname{tgy} = \frac{v \cos \alpha}{2v \sin \alpha} = \frac{\sqrt{3}/2}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\beta = \frac{\pi}{3} + \gamma$, где $\operatorname{tgy} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ – ответ на 2-ой вопрос;

($\beta \approx 1,76$ рад $\approx 100,9^\circ$)

Замечание: задачу можно решить проще, перейдя в С.О., движущуюся со скоростью \vec{V} .

4. 1) $P_0 SH = \frac{M_{\text{пара}}}{\mu} RT_1 \Rightarrow M_{\text{пара}} = \frac{\mu P_0 SH}{RT_1} = 1,4$ г; 2) $(P_{\text{св}} + P_0)S = P_0 S + Mg \Rightarrow P_{\text{св}} = 0,3P_0$ (1)

$P'_{\text{св}} S = P_0 S + Mg \Rightarrow P'_{\text{св}} = 1,3P_0$ (2)

$\left. \begin{array}{l} P'_{\text{св}} Sh = \nu RT_2 \\ P_{\text{св}} SH = \nu RT_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{P'_{\text{св}} h}{P_{\text{св}} H} = \frac{T_2}{T_1}$; $h = \frac{P_{\text{св}} T_2}{P'_{\text{св}} T_1} H = \frac{0,3 \cdot 277}{1,3 \cdot 373} \cdot 30 \approx 5,1$ см

5. $U_{\text{He}} + U_{\text{O}_2} = U'_{\text{He}} + U'_{\text{O}_2}$; $\nu C_{V\text{He}} \cdot T_1 + 2\nu C_{V\text{O}_2} \cdot \frac{4}{5} T_1 = \nu C_{V\text{He}} \cdot T_2 + 2\nu C_{V\text{O}_2} \cdot T_2$

$\left(\frac{3}{2} + 2 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{5}\right) T_1 = \left(\frac{3}{2} + 2 \cdot \frac{5}{2}\right) T_2$; $T_2 = \frac{3+8}{3+10} T_1 = \frac{11}{13} T_1$ (1)

$P'_{\text{He}} = \frac{\nu RT_2}{V}$; $P'_{\text{O}_2} = \frac{2\nu RT_2}{V}$ (2); $P = P'_{\text{He}} + P'_{\text{O}_2} = \frac{3\nu RT_2}{V} = \frac{3\nu R}{V} \cdot \frac{11}{13} T_1 = \frac{33}{13} \frac{\nu RT_1}{V}$

Критерии оценивания. Олимпиада «Физтех». 2019 г.

Билеты 10-01, 10-02.

Задача 1. (10 очков)

- 1) 1-й вопрос стоит..... 5 очков
Найдена связь углов α и β3 очка
- 2) 2-й вопрос стоит..... 5 очков

Задача 2. (10 очков)

- 1) 1-й вопрос стоит..... 5 очков
Правильно записан ЗСЭ 2 очка
Найдено нормальное ускорение.....2 очка
- 2) 2-й вопрос стоит..... 5 очков

Задача 3. (10 очков)

- 1) 1-й вопрос стоит.....6 очков
Есть понимание, как соблюдается ЗСИ 1 очко
- 2) 2-й вопрос стоит..... 4 очка
За $S=V_0T$2 очка

Задача 4. (10 очков)

- 1) 1-й вопрос стоит..... 4 очка
- 2) 2-й вопрос стоит..... 4 очка
- 3) 3-й вопрос стоит.....2 очка

Задача 5. (10 очков)

- 1) 1-й вопрос стоит..... 6 очков
- 2) 2-й вопрос стоит..... 4 очка

Критерии оценивания. Олимпиада «Физтех». 2019 г.

Билеты 10-03, 10-04.

Задача 1. (10 очков)

- 1) 1-й вопрос стоит 4 очка
- 2) 2-й вопрос стоит 3 очка
- 3) 3-й вопрос стоит 3 очка

Задача 2. (10 очков)

- 1) 1-й вопрос стоит 5 очков
- 2) 2-й вопрос стоит 5 очков
- Правильный 2-ой закон Ньютона.....3 очка
- Ответ на 2-ой вопрос.....2 очка

Задача 3. (10 очков)

- 1) 1-й вопрос стоит.....6 очков
- Есть все правильные ур-ия для ЗСИ 2 очка
- Есть правильный ЗСЭ (или следствие из него).....2 очка
- Ответ на 1-й вопрос.....2 очка
- 2) 2-й вопрос стоит..... 4 очка

Задача 4. (10 очков)

- 1) 1-й вопрос стоит 5 очков
- 2) 2-й вопрос стоит 5 очков

Задача 5. (10 очков)

- 1) 1-й вопрос стоит 5 очков
- 2) 2-й вопрос стоит 5 очков