

Олимпиада школьников «Курчатов» по математике — 2022
Заключительный этап

8 класс

Задача 1. В 20 ящиков разложили 60 чёрных и 60 белых шариков — по 6 шариков в каждый. Ваня заметил, что в каждом из первых 14 ящиков чёрных шариков оказалось больше, чем белых. Верно ли, что среди последних 6 ящиков точно найдётся такой, в котором все шарики белые?

Задача 2. Гоша ввёл в калькулятор натуральное число. Затем он 3 раза совершил следующую операцию из двух действий: сначала извлёк квадратный корень, а затем у полученного числа взял целую часть. В итоге у него получилось число 1. Какое наибольшее число мог изначально ввести Гоша?

Напомним, целая часть числа — это наибольшее целое число, не превосходящее данное.

Задача 3. Назовём *маленькими* все натуральные числа, не превосходящие 150. Существует ли натуральное число N , которое не делится на какие-то 2 подряд идущих маленьких числа, но делится на 148 остальных маленьких чисел?

Задача 4. Дан треугольник ABC такой, что $\angle BAC = 2\angle BCA$. Точка L на стороне BC такова, что $\angle BAL = \angle CAL$. Точка M — середина стороны AC . Точка H на отрезке AL такова, что $MH \perp AL$. На стороне BC нашлась точка K такая, что треугольник KMH — равносторонний. Докажите, что точки B , H и M лежат на одной прямой.

Задача 5. Покупатель пришёл в антикварный магазин. Торговец выложил на стол 2022 монеты, среди которых есть настоящие и фальшивые, и предупредил покупателя, что настоящих монет среди них больше половины. Для покупателя все монеты внешне неотличимы, а торговец знает, какие именно монеты настоящие, а какие — фальшивые.

За один ход происходит следующее:

- покупатель указывает на любые две монеты,
- торговец говорит, одного ли они типа,
- покупатель убирает одну из этих двух монет со стола.

Может ли покупатель добиться того, чтобы спустя 2021 ход на столе гарантированно осталась настоящая монета?