

Олимпиада "Курчатов" по математике, 2021-2022 год, отборочный этап, 8-9 классы

24 янв 2022 г., 10:00 — 7 фев 2022 г., 23:59

№ 1, вариант 1

1 балл

Алина загадала пятизначное число, состоящее из цифр 1, 2, 3, 4, 5 (каждая цифра встречается в числе ровно один раз), а Полина пытается это число угадать.

Между девочками состоялся следующий диалог:

- Полина: «Ты загадала число 12345?»
- Алина: «Нет, но моё число совпадает с 12345 ровно в трёх разрядах».
- Полина: «Может быть, ты загадала число 45213?»
- Алина: «А вот с 45213 моё число совпадает ровно в двух разрядах».

Какое число загадала Алина?

Число

№ 1, вариант 2

1 балл

Алина загадала пятизначное число, состоящее из цифр 1, 2, 3, 4, 5 (каждая цифра встречается в числе ровно один раз), а Полина пытается это число угадать.

Между девочками состоялся следующий диалог:

- Полина: «Ты загадала число 12345?»
- Алина: «Нет, но моё число совпадает с 12345 ровно в трёх разрядах».
- Полина: «Может быть, ты загадала число 34521?»
- Алина: «А вот с 34521 моё число совпадает ровно в двух разрядах».

Какое число загадала Алина?

Число

№ 1, вариант 3

1 балл

Алина загадала пятизначное число, состоящее из цифр 1, 2, 3, 4, 5 (каждая цифра встречается в числе ровно один раз), а Полина пытается это число угадать.

Между девочками состоялся следующий диалог:

- Полина: «Ты загадала число 12345?»
- Алина: «Нет, но моё число совпадает с 12345 ровно в трёх разрядах».
- Полина: «Может быть, ты загадала число 45132?»
- Алина: «А вот с 45132 моё число совпадает ровно в двух разрядах».

Какое число загадала Алина?

Число

№ 1, вариант 4

1 балл

Алина загадала пятизначное число, состоящее из цифр 1, 2, 3, 4, 5 (каждая цифра встречается в числе ровно один раз), а Полина пытается это число угадать.

Между девочками состоялся следующий диалог:

- Полина: «Ты загадала число 12345?»
- Алина: «Нет, но моё число совпадает с 12345 ровно в трёх разрядах».
- Полина: «Может быть, ты загадала число 24513?»
- Алина: «А вот с 24513 моё число совпадает ровно в двух разрядах».

Какое число загадала Алина?

Число

№ 2, вариант 1

1 балл

Дан треугольник ABC . Точки K и L — середины сторон AB и BC соответственно. Оказалось, что биссектрисы углов AKL и CLK пересекаются на отрезке AC . Найдите длину отрезка AC , если известно, что $AB = 17$ и $BC = 24$.

Число

№ 2, вариант 2

1 балл

Дан треугольник ABC . Точки K и L — середины сторон AB и BC соответственно. Оказалось, что биссектрисы углов AKL и CLK пересекаются на отрезке AC . Найдите длину отрезка AC , если известно, что $AB = 17$ и $BC = 22$.

№ 2, вариант 3

1 балл

Дан треугольник ABC . Точки K и L — середины сторон AB и BC соответственно. Оказалось, что биссектрисы углов AKL и CLK пересекаются на отрезке AC . Найдите длину отрезка AC , если известно, что $AB = 17$ и $BC = 26$.

№ 2, вариант 4

1 балл

Дан треугольник ABC . Точки K и L — середины сторон AB и BC соответственно. Оказалось, что биссектрисы углов AKL и CLK пересекаются на отрезке AC . Найдите длину отрезка AC , если известно, что $AB = 19$ и $BC = 26$.

№ 3, вариант 1

1 балл

Миша купил несколько фруктов: яблок и апельсинов. Оказалось, что если бы он купил вдвое больше яблок, апельсинов всё равно было бы больше. А если бы он купил вдвое больше апельсинов, а яблок на 18 больше, то яблок было бы больше. Сколько яблок и сколько апельсинов купил Миша, если суммарно их было больше 15?

яблок

апельсинов

№ 3, вариант 2

1 балл

Миша купил несколько фруктов: яблок и апельсинов. Оказалось, что если бы он купил вдвое больше яблок, апельсинов всё равно было бы больше. А если бы он купил вдвое больше апельсинов, а яблок на 21 больше, то яблок было бы больше. Сколько яблок и сколько апельсинов купил Миша, если суммарно их было больше 18?

яблок

апельсинов

№ 3, вариант 3

1 балл

Миша купил несколько фруктов: яблок и апельсинов. Оказалось, что если бы он купил вдвое больше яблок, апельсинов всё равно было бы больше. А если бы он купил вдвое больше апельсинов, а яблок на 24 больше, то яблок было бы больше. Сколько яблок и сколько апельсинов купил Миша, если суммарно их было больше 21?

яблок

апельсинов

№ 3, вариант 4

1 балл

Миша купил несколько фруктов: яблок и апельсинов. Оказалось, что если бы он купил вдвое больше яблок, апельсинов всё равно было бы больше. А если бы он купил вдвое больше апельсинов, а яблок на 27 больше, то яблок было бы больше. Сколько яблок и сколько апельсинов купил Миша, если суммарно их было больше 24?

яблок

апельсинов

№ 4, вариант 1

1 балл

На доске написан квадратный трёхчлен $P(x)$. Ваня заметил, что

- если из $P(x)$ вычесть x^2 , то получится квадратный трёхчлен, имеющий ровно один действительный корень;
- если из $P(x)$ вычесть x , то получится квадратный трёхчлен, имеющий ровно один действительный корень;
- если из $P(x)$ вычесть 1, то получится квадратный трёхчлен, имеющий ровно один действительный корень.

Найдите $P(8)$.

Число

№ 4, вариант 2

1 балл

На доске написан квадратный трёхчлен $P(x)$. Ваня заметил, что

- если из $P(x)$ вычесть x^2 , то получится квадратный трёхчлен, имеющий ровно один действительный корень;
- если из $P(x)$ вычесть x , то получится квадратный трёхчлен, имеющий ровно один действительный корень;
- если из $P(x)$ вычесть 1, то получится квадратный трёхчлен, имеющий ровно один действительный корень.

Найдите $P(4)$.

Число

№ 4, вариант 3

1 балл

На доске написан квадратный трёхчлен $P(x)$. Ваня заметил, что

- если из $P(x)$ вычесть x^2 , то получится квадратный трёхчлен, имеющий ровно один действительный корень;
- если из $P(x)$ вычесть x , то получится квадратный трёхчлен, имеющий ровно один действительный корень;
- если из $P(x)$ вычесть 1, то получится квадратный трёхчлен, имеющий ровно один действительный корень.

Найдите $P(12)$.

Число

№ 4, вариант 4

1 балл

На доске написан квадратный трёхчлен $P(x)$. Ваня заметил, что

- если из $P(x)$ вычесть x^2 , то получится квадратный трёхчлен, имеющий ровно один действительный корень;
- если из $P(x)$ вычесть x , то получится квадратный трёхчлен, имеющий ровно один действительный корень;
- если из $P(x)$ вычесть 1, то получится квадратный трёхчлен, имеющий ровно один действительный корень.

Найдите $P(16)$.

Число

№ 5, вариант 1

1 балл

Артём загадал натуральное число $N \leq 12$. Вася может назвать натуральное число M , после чего Артём сообщит ему, чему равен наибольший общий делитель чисел M и N . Найдите наименьшее возможное значение M , при котором Вася по такому ответу гарантированно сможет узнать число N .

Число

№ 5, вариант 2

1 балл

Артём загадал натуральное число $N \leq 11$. Вася может назвать натуральное число M , после чего Артём сообщит ему, чему равен наибольший общий делитель чисел M и N . Найдите наименьшее возможное значение M , при котором Вася по такому ответу гарантированно сможет узнать число N .

Число

№ 6, вариант 1

1 балл

В каждой клетке полоски 1×61 стоит либо плюс, либо минус. Таня выбирает любые три клетки и меняет три знака в них на противоположные. А Саша выбирает любые три последовательных клетки и меняет три знака в них на противоположные.

Изначально во всех клетках стояли минусы. Таня и Саша делают ходы по очереди, начинает Таня. Какого наибольшего количества плюсов может добиться Таня после какого-нибудь своего хода?

Число

№ 6, вариант 2

1 балл

В каждой клетке полоски 1×67 стоит либо плюс, либо минус. Таня выбирает любые три клетки и меняет три знака в них на противоположные. А Саша выбирает любые три последовательных клетки и меняет три знака в них на противоположные.

Изначально во всех клетках стояли минусы. Таня и Саша делают ходы по очереди, начинает Таня. Какого наибольшего количества плюсов может добиться Таня после какого-нибудь своего хода?

Число

№ 6, вариант 3

1 балл

В каждой клетке полоски 1×73 стоит либо плюс, либо минус. Таня выбирает любые три клетки и меняет три знака в них на противоположные. А Саша выбирает любые три последовательных клетки и меняет три знака в них на противоположные.

Изначально во всех клетках стояли минусы. Таня и Саша делают ходы по очереди, начинает Таня. Какого наибольшего количества плюсов может добиться Таня после какого-нибудь своего хода?

Число

№ 6, вариант 4

1 балл

В каждой клетке полоски 1×55 стоит либо плюс, либо минус. Таня выбирает любые три клетки и меняет три знака в них на противоположные. А Саша выбирает любые три последовательных клетки и меняет три знака в них на противоположные.

Изначально во всех клетках стояли минусы. Таня и Саша делают ходы по очереди, начинает Таня. Какого наибольшего количества плюсов может добиться Таня после какого-нибудь своего хода?

Число