

# Олимпиада "Курчатов" по математике, 2021-2022 год, отборочный этап, 10-11 классы

24 янв 2022 г., 10:00 – 7 фев 2022 г., 23:59

## № 1, вариант 1

1 балл

Пусть  $S_n = \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos n^\circ$ . Найдите наименьшее натуральное число  $n > 37$ , для которого  $S_n < S_{37}$ .

143

## № 1, вариант 2

1 балл

Пусть  $S_n = \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos n^\circ$ . Найдите наименьшее натуральное число  $n > 38$ , для которого  $S_n < S_{38}$ .

142

## № 1, вариант 3

1 балл

Пусть  $S_n = \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos n^\circ$ . Найдите наименьшее натуральное число  $n > 39$ , для которого  $S_n < S_{39}$ .

141

**№ 1, вариант 4**

1 балл

Пусть  $S_n = \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos n^\circ$ . Найдите наименьшее натуральное число  $n > 36$ , для которого  $S_n < S_{36}$ .

144

**№ 2, вариант 1**

1 балл

В мешке Деда Мороза лежат конфеты трёх видов: шоколадные, мармеладные и леденцы. Всего конфет в мешке 40, причём конфет каждого вида больше 2.

Снегурочка наугад вытаскивает из мешка две конфеты. Известно, что вероятность вытащить две шоколадные конфеты в 10 раз больше вероятности вытащить две мармеладные конфеты. Найдите вероятность вытащить два леденца.

11/130

**№ 2, вариант 2**

1 балл

В мешке Деда Мороза лежат конфеты трёх видов: шоколадные, мармеладные и леденцы. Всего конфет в мешке 41, причём конфет каждого вида больше 2.

Снегурочка наугад вытаскивает из мешка две конфеты. Известно, что вероятность вытащить две шоколадные конфеты в 10 раз больше вероятности вытащить две мармеладные конфеты. Найдите вероятность вытащить два леденца.

39/410

**№ 2, вариант 3**

1 балл

В мешке Деда Мороза лежат конфеты трёх видов: шоколадные, мармеладные и леденцы. Всего конфет в мешке 37, причём конфет каждого вида больше 2.

Снегурочка наугад вытаскивает из мешка две конфеты. Известно, что вероятность вытащить две шоколадные конфеты в 10 раз больше вероятности вытащить две мармеладные конфеты. Найдите вероятность вытащить два леденца.

2/37

**№ 2, вариант 4**

1 балл

В мешке Деда Мороза лежат конфеты трёх видов: шоколадные, мармеладные и леденцы. Всего конфет в мешке 36, причём конфет каждого вида больше 2.

Снегурочка наугад вытаскивает из мешка две конфеты. Известно, что вероятность вытащить две шоколадные конфеты в 10 раз больше вероятности вытащить две мармеладные конфеты. Найдите вероятность вытащить два леденца.

2/45

**№ 3, вариант 1**

1 балл

У некоторого  $k$ -угольника (не обязательно выпуклого) ровно 17 углов больше  $90^\circ$ . Найдите наибольшее возможное значение  $k$ .

54

**№ 3, вариант 2**

1 балл

У некоторого  $k$ -угольника (не обязательно выпуклого) ровно 18 углов больше  $90^\circ$ . Найдите наибольшее возможное значение  $k$ .

57

**№ 3, вариант 3**

1 балл

У некоторого  $k$ -угольника (не обязательно выпуклого) ровно 16 углов больше  $90^\circ$ . Найдите наибольшее возможное значение  $k$ .

51

**№ 3, вариант 4**

1 балл

У некоторого  $k$ -угольника (не обязательно выпуклого) ровно 14 углов больше  $90^\circ$ . Найдите наибольшее возможное значение  $k$ .

45

**№ 4, вариант 1**

1 балл

Даны действительные числа  $a, b, c$ , причём  $b > a$ . Функция  $f(x) = ax^2 + bx + c$  принимает неотрицательные значения при всех действительных  $x$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\frac{11a + b + c}{b - a}.$$

5

**№ 4, вариант 2**

1 балл

Даны действительные числа  $a, b, c$ , причём  $b > a$ . Функция  $f(x) = ax^2 + bx + c$  принимает неотрицательные значения при всех действительных  $x$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\frac{19a + b + c}{b - a}.$$

6

**№ 4, вариант 3**

1 балл

Даны действительные числа  $a, b, c$ , причём  $b > a$ . Функция  $f(x) = ax^2 + bx + c$  принимает неотрицательные значения при всех действительных  $x$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\frac{5a + b + c}{b - a}.$$

4

**№ 5, вариант 1**

1 балл

На доске записаны три простых числа (не обязательно различных). Денис заметил, что их сумма и произведение отличаются в 59 раз. Чему может быть равна сумма трёх чисел на доске? Укажите все возможные варианты.

77

93

122

**№ 5, вариант 2**

1 балл

На доске записаны три простых числа (не обязательно различных). Денис заметил, что их сумма и произведение отличаются в 71 раз. Чему может быть равна сумма трёх чисел на доске? Укажите все возможные варианты.

91

95

111

146



**№ 5, вариант 3**

1 балл

На доске записаны три простых числа (не обязательно различных). Денис заметил, что их сумма и произведение отличаются в 107 раз. Чему может быть равна сумма трёх чисел на доске? Укажите все возможные варианты.

133

218

+

**№ 6, вариант 1**

1 балл

В остроугольном треугольнике  $ABC$  точка  $H$  – основание высоты из точки  $B$ . Оказалось, что центр вписанной окружности треугольника  $BCH$  совпадает с точкой пересечения медиан треугольника  $ABC$ . Найдите  $AC^2$ , если  $AB = 6$ .

90

**№ 6, вариант 2**

1 балл

В остроугольном треугольнике  $ABC$  точка  $H$  – основание высоты из точки  $B$ . Оказалось, что центр вписанной окружности треугольника  $BCH$  совпадает с точкой пересечения медиан треугольника  $ABC$ . Найдите  $AC^2$ , если  $AB = 8$ .

160

**№ 6, вариант 3**

1 балл

В остроугольном треугольнике  $ABC$  точка  $H$  – основание высоты из точки  $B$ . Оказалось, что центр вписанной окружности треугольника  $BCH$  совпадает с точкой пересечения медиан треугольника  $ABC$ . Найдите  $AC^2$ , если  $AB = 4$ .

40

**№ 6, вариант 4**

1 балл

В остроугольном треугольнике  $ABC$  точка  $H$  – основание высоты из точки  $B$ . Оказалось, что центр вписанной окружности треугольника  $BCH$  совпадает с точкой пересечения медиан треугольника  $ABC$ . Найдите  $AC^2$ , если  $AB = 10$ .

250