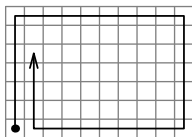


Олимпиада школьников «Курчатов»

по математике – 2021. Заключительный этап. 9 класс.

Задача 1. Дана клетчатая таблица шириной 300 и высотой 50 клеток. Пластмассовую улитку ставят в левый нижний угол так, чтобы она смотрела по таблице вверх, и начинают передвигать по одной клетке в направлении взгляда. Если следующей клетки нет, то есть улитка стоит у края доски, либо если в следующей клетке она уже побывала, то её поворачивают направо и продолжают двигать по прямой в направлении взгляда. (Получается, что улитка движется по спирали по часовой стрелке.)

Улитка останавливается, когда пройдены все клетки. Укажите номер строки и номер столбца клетки, в которой она остановится. Столбцы пронумерованы слева направо числами от 1 до 300, а строки — снизу вверх числами от 1 до 50.



Задача 2. Числа d и e — корни квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$. Могло ли так получиться, что a, b, c, d, e — это подряд идущие целые числа в некотором порядке?

Задача 3. В пятизначном числе каждую цифру увеличили на 2 или на 4 (разные цифры могли быть увеличены на разные числа), в результате чего оно увеличилось в четыре раза. Каким могло быть исходное число? Найдите все возможные варианты и докажете, что нет других.

Задача 4. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка M такая, что $AM = AB + MC$. Докажите, что перпендикуляр к AC , проходящий через M , делит дугу BC описанной окружности ABC пополам.

Задача 5. На доске выписаны числа от 1 до 2021. Денис хочет выбрать среди них 1010 так, чтобы сумма любых двух не равнялась 2021 или 2022. Сколько существует способов это сделать?