

Олимпиада школьников «Курчатов»

по математике – 2021. Заключительный этап. 8 класс.

Задача 1. Назовём число *маленьким*, если оно 10-значное и не существует меньшего 10-значного числа с такой же суммой цифр. Сколько существует маленьких чисел?

Задача 2. Про вещественные числа a, b, c, x, y известно, что

$$\frac{1}{a+x} = 6, \quad \frac{1}{b+y} = 3, \quad \frac{1}{c+x+y} = 2.$$

Докажите, что среди чисел a, b, c одно равно сумме двух других.

Задача 3. На стороне BC остроугольного треугольника ABC выбрана точка D так, что $AB + BD = DC$. Докажите, что $\angle ADC = 90^\circ$, если известно, что $\angle B = 2\angle C$.

Задача 4. На доске написано N натуральных чисел, где $N \geq 5$. Известно, что сумма всех чисел равна 80, а сумма любых пяти из них не больше 19. Какое наименьшее значение может принимать N ?

Задача 5. На доске выписаны числа от 1 до 2021. Денис хочет выбрать среди них 1010 так, чтобы сумма любых двух не равнялась 2021 или 2022. Сколько существует способов это сделать?