

Олимпиада "Курчатов" по математике, 2020-2021 год, отборочный этап, 10-11 классы

19 янв 2021 г., 00:00 – 21 фев 2021 г., 23:59

№ 1, вариант 1

1 балл

Два землекопа вместе копали яму. Если бы первый землекоп копал со скоростью второго, то они бы справились на 4 минуты позже. А если бы второй копал со скоростью первого, то они бы справились на 1 минуту раньше. За какое время они вместе выкопают яму, если каждый будет копать в своём темпе?
Ответ дайте в секундах.

160

№ 1, вариант 2

1 балл

Два землекопа вместе копали яму. Если бы первый землекоп копал со скоростью второго, то они бы справились на 5 минут позже. А если бы второй копал со скоростью первого, то они бы справились на 1 минуту раньше. За какое время они вместе выкопают яму, если каждый будет копать в своём темпе?
Ответ дайте в секундах.

150

№ 1, вариант 3

1 балл

Два землекопа вместе копали яму. Если бы первый землекоп копал со скоростью второго, то они бы справились на 6 минут позже. А если бы второй копал со скоростью первого, то они бы справились на 1 минуту раньше. За какое время они вместе выкопают яму, если каждый будет копать в своём темпе?
Ответ дайте в секундах.

144

№ 1, вариант 4

1 балл

Два землекопа вместе копали яму. Если бы первый землекоп копал со скоростью второго, то они бы справились на 7 минут позже. А если бы второй копал со скоростью первого, то они бы справились на 1 минуту раньше. За какое время они вместе выкопают яму, если каждый будет копать в своём темпе?
Ответ дайте в секундах.

140

№ 2, вариант 1

1 балл

В классе учатся 20 школьников. В первый учебный день после каникул 7 человек сделали уборку в классном кабинете. Далее каждый учебный день какие-то двое школьников снова прибирали класс.

Спустя N учебных дней после каникул учитель заметил, что любые два школьника убирались вместе не более одного раза. Какое наибольшее значение может принимать N ?

170

№ 2, вариант 2

1 балл

В классе учатся 20 школьников. В первый учебный день после каникул 6 человек сделали уборку в классном кабинете. Далее каждый учебный день какие-то двое школьников снова прибирали класс.

Спустя N учебных дней после каникул учитель заметил, что любые два школьника убирались вместе не более одного раза. Какое наибольшее значение может принимать N ?

176

№ 2, вариант 3

1 балл

В классе учатся 20 школьников. В первый учебный день после каникул 8 человек сделали уборку в классном кабинете. Далее каждый учебный день какие-то двое школьников снова прибирали класс.

Спустя N учебных дней после каникул учитель заметил, что любые два школьника убирались вместе не более одного раза. Какое наибольшее значение может принимать N ?

163

№ 2, вариант 4

1 балл

В классе учатся 20 школьников. В первый учебный день после каникул 9 человек сделали уборку в классном кабинете. Далее каждый учебный день какие-то двое школьников снова прибирали класс.

Спустя N учебных дней после каникул учитель заметил, что любые два школьника убирались вместе не более одного раза. Какое наибольшее значение может принимать N ?

155

№ 3, вариант 1

1 балл

В квадрате 30×30 Рома закрасил одну клетку невидимыми чернилами. У Насти есть проявитель, который действует следующим образом: если его применить к закрашенной клетке, то она станет красной, если применить к клетке, соседней с закрашенной по стороне или углу, то она станет розовой, а во всех других случаях ничего не произойдёт. Какое наименьшее количество раз Насте придётся применить проявитель, чтобы гарантированно найти клетку, закрашенную Ромой? (Проявлять саму эту клетку Насте не надо — достаточно наверняка узнать, где она находится.)

102

№ 3, вариант 2

1 балл

В квадрате 33×33 Рома закрасил одну клетку невидимыми чернилами. У Насти есть проявитель, который действует следующим образом: если его применить к закрашенной клетке, то она станет красной, если применить к клетке, соседней с закрашенной по стороне или углу, то она станет розовой, а во всех других случаях ничего не произойдёт. Какое наименьшее количество раз Насте придётся применить проявитель, чтобы гарантированно найти клетку, закрашенную Ромой? (Проявлять саму эту клетку Насте не надо — достаточно наверняка узнать, где она находится.)

123

№ 3, вариант 3

1 балл

В квадрате 36×36 Рома закрасил одну клетку невидимыми чернилами. У Насти есть проявитель, который действует следующим образом: если его применить к закрашенной клетке, то она станет красной, если применить к клетке, соседней с закрашенной по стороне или углу, то она станет розовой, а во всех других случаях ничего не произойдёт. Какое наименьшее количество раз Насте придётся применить проявитель, чтобы гарантированно найти клетку, закрашенную Ромой? (Проявлять саму эту клетку Насте не надо — достаточно наверняка узнать, где она находится.)

146

№ 3, вариант 4

1 балл

В квадрате 39×39 Рома закрасил одну клетку невидимыми чернилами. У Насти есть проявитель, который действует следующим образом: если его применить к закрашенной клетке, то она станет красной, если применить к клетке, соседней с закрашенной по стороне или углу, то она станет розовой, а во всех других случаях ничего не произойдёт. Какое наименьшее количество раз Насте придётся применить проявитель, чтобы гарантированно найти клетку, закрашенную Ромой? (Проявлять саму эту клетку Насте не надо — достаточно наверняка узнать, где она находится.)

171

№ 4, вариант 1

1 балл

Найдите количество пар неотрицательных чисел (x, y) , каждое из которых не превосходит 4π , удовлетворяющих равенству $(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} y)^2 = (\operatorname{tg} x + 1)(\operatorname{ctg} y - 1)$.

16

№ 4, вариант 2

1 балл

Найдите количество пар неотрицательных чисел (x, y) , каждое из которых не превосходит 5π , удовлетворяющих равенству $(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} y)^2 = (\operatorname{tg} x + 1)(\operatorname{ctg} y - 1)$.

25

№ 4, вариант 3

1 балл

Найдите количество пар неотрицательных чисел (x, y) , каждое из которых не превосходит 6π , удовлетворяющих равенству $(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} y)^2 = (\operatorname{tg} x + 1)(\operatorname{ctg} y - 1)$.

36

№ 4, вариант 4

1 балл

Найдите количество пар неотрицательных чисел (x, y) , каждое из которых не превосходит 7π , удовлетворяющих равенству $(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} y)^2 = (\operatorname{tg} x + 1)(\operatorname{ctg} y - 1)$.

49

№ 5, вариант 1

1 балл

Аня выписала на доску все натуральные числа от 1 до 5000, а затем Боря стёр какие-то k из них. При каком наибольшем k можно гарантировать, что среди оставшихся на доске чисел обязательно найдётся 31 число, одно из которых равно сумме тридцати остальных?

151

№ 5, вариант 2

1 балл

Аня выписала на доску все натуральные числа от 1 до 4000, а затем Боря стёр какие-то k из них. При каком наибольшем k можно гарантировать, что среди оставшихся на доске чисел обязательно найдётся 31 число, одно из которых равно сумме тридцати остальных?

117

№ 5, вариант 3

1 балл

Аня выписала на доску все натуральные числа от 1 до 7000, а затем Боря стёр какие-то k из них. При каком наибольшем k можно гарантировать, что среди оставшихся на доске чисел обязательно найдётся 31 число, одно из которых равно сумме тридцати остальных?

217

№ 5, вариант 4

1 балл

Аня выписала на доску все натуральные числа от 1 до 8000, а затем Боря стёр какие-то k из них. При каком наибольшем k можно гарантировать, что среди оставшихся на доске чисел обязательно найдётся 31 число, одно из которых равно сумме тридцати остальных?

251

№ 6, вариант 1

1 балл

Даны две непересекающиеся окружности радиуса R . Прямая ℓ_1 пересекает первую окружность в точках A и B , а вторую – в точках C и D . Прямая ℓ_2 пересекает первую окружность в точках K и L , а вторую – в точках M и N . Известно, что

$$AB = BC = CD = 14;$$

$$KL = LM = MN = 6.$$

Найдите R .

13

№ 6, вариант 2

1 балл

Даны две непересекающиеся окружности радиуса R . Прямая ℓ_1 пересекает первую окружность в точках A и B , а вторую – в точках C и D . Прямая ℓ_2 пересекает первую окружность в точках K и L , а вторую – в точках M и N . Известно, что

$$AB = BC = CD = 13;$$

$$KL = LM = MN = 8.$$

Найдите R .

11

№ 6, вариант 3

1 балл

Даны две непересекающиеся окружности радиуса R . Прямая ℓ_1 пересекает первую окружность в точках A и B , а вторую – в точках C и D . Прямая ℓ_2 пересекает первую окружность в точках K и L , а вторую – в точках M и N . Известно, что

$$AB = BC = CD = 28;$$

$$KL = LM = MN = 12.$$

Найдите R .

26

№ 6, вариант 4

1 балл

Даны две непересекающиеся окружности радиуса R . Прямая ℓ_1 пересекает первую окружность в точках A и B , а вторую – в точках C и D . Прямая ℓ_2 пересекает первую окружность в точках K и L , а вторую – в точках M и N . Известно, что

$$AB = BC = CD = 26;$$

$$KL = LM = MN = 16.$$

Найдите R .

22