

Олимпиада школьников «Курчатов» по математике – 2020
Заключительный этап
6 класс

Задача 1. Трое путников подошли к широкой реке, у берега которой им удалось найти старый плот. Надпись на плоте гласит, что он может перевозить не более 7 пудов за раз. Как путникам переправиться через реку, если двое из них весят по 3 пуда, а третий — 5 пудов?

Задача 2. Поезд состоит из 20 вагонов, которые пронумерованы от 1 до 20, начиная от начала поезда. Некоторые вагоны являются почтовыми. Известно, что

- всего почтовых вагонов — чётное число;
- номер ближайшего к началу поезда почтового вагона равен общему количеству почтовых вагонов;
- номер последнего почтового вагона в четыре раза больше количества почтовых вагонов;
- любой почтовый вагон сцеплен хотя бы с одним другим почтовым вагоном.

Найдите номера всех почтовых вагонов в поезде.

Задача 3. У Лёни есть карточки с цифрами от 1 до 7. Сколько существует способов склеить из них два трёхзначных числа (одна карточка не будет использоваться) так, чтобы каждое из них делилось на 9?

Задача 4. На доске по кругу написаны пять чисел 2, 0, 1, 9, 0 в указанном порядке по часовой стрелке (последний ноль написан рядом с первой двойкой). За ход между парами соседних чисел вписывается их сумма. Например, такое расположение чисел (справа) будет после первого хода:

$$\begin{array}{ccc}
 9 & 0 & \\
 & & 2 \\
 1 & 0 & \\
 & & \\
 & & 9 & 0 & 2 \\
 & & 10 & & 2 \\
 & & 1 & 1 & 2 \\
 & & & 1 & 0
 \end{array} \longrightarrow$$

Спустя 5 ходов Полина вычислила сумму всех чисел от первого нуля (того, который первоначально был между 2 и 1) до второго нуля (того, который первоначально был между 9 и 2) при обходе круга по часовой стрелке, а Алина — сумму всех остальных чисел. Чему равняется разность чисел Алины и Полины?

Задача 5. У Ивана Царевича есть 10 золотых монет. Он знает, что среди них есть 5 настоящих и 5 фальшивых, но не умеет их отличать друг от друга. Как известно, Баба Яга умеет отличать фальшивые монеты от настоящих. Иван договорился с Бабой Ягой, что он будет показывать на любые три монеты, а она будет выбирать две из них (Иван знает, какие монеты выбирает Баба Яга) и говорить, сколько из них фальшивых. Сможет ли Баба Яга, говоря только правду, сделать так, чтобы Иван не смог распознать все 5 фальшивых монет за 2020 вопросов?