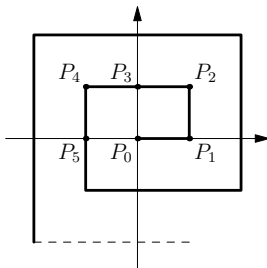


Олимпиада «Курчатов» — 2017 по математике

9 класс \diamond 19 марта 2017 г.

Задача 1. Муравей Боря двигается по координатной плоскости, стартуя из точки $P_0 = (0, 0)$, двигаясь к точке $P_1 = (1, 0)$, и далее по спирали против часовой стрелки (см. рис.).



Точки с целочисленными координатами, в которые он попадает, образуют последовательность P_n . Найдите координаты точки P_{1557} .

Задача 2. В популярной интеллектуальной игре «Столкновение умов» принимает участие 10 человек. К концу игры каждый игрок набирает целое число очков. Оказалось, что в полуфинале все количества набранных игроками очков имеют разные последние цифры. Докажите, что в финале игры, где игроки суммарно наберут вдвое больше очков, чем в полуфинале, такой ситуации произойти не может.

Задача 3. В остроугольном треугольнике ABC проведена высота $АН$. Пусть P и Q — основания перпендикуляров, опущенных из точки H на стороны AB и AC соответственно. Докажите, что $\angle BQH = \angle CPN$.

Задача 4. Найдите все пары натуральных чисел x и y , таких что отношение $\frac{xy^3}{x+y}$ является простым числом.

Задача 5. В конкурсе по физике участвуют 17 школьников. Участникам конкурса было предложено 12 задач. В результате каждую задачу правильно решили больше половины участников. Докажите, что обязательно найдутся три школьника, в объединении решившие все задачи.