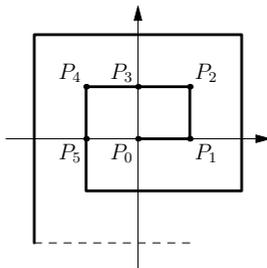


Олимпиада «Курчатов» — 2017 по математике

10 класс \diamond 19 марта 2017 г.

Задача 1. Муравей Андрияша двигается по координатной плоскости, стартуя из точки $P_0 = (0, 0)$, двигаясь к точке $P_1 = (1, 0)$, и далее по спирали против часовой стрелки (рис.).



Точки с целочисленными координатами, в которые он попадает, образуют последовательность P_n . Найдите координаты точки P_{2017} .

Задача 2. В остроугольном треугольнике ABC проведена высота $АН$. Пусть P и Q — основания перпендикуляров, опущенных из точки H на стороны AB и AC соответственно. Докажите, что $\angle BQH = \angle CPN$.

Задача 3. Найдите наименьшее возможное число k такое, что при выборе любых k различных чисел от 1 до 20, среди выбранных чисел гарантированно можно выделить пару различных с простой суммой.

Задача 4. Найдите все натуральные n такие, что число $8^n + n$ делится на $2^n + n$.

Задача 5. Куб со стороной 5 сложен из 125 кубиков со стороной 1. Сколько маленьких кубиков пересекает плоскость, перпендикулярная одной из диагоналей куба и проходящая через ее середину?