11 класс

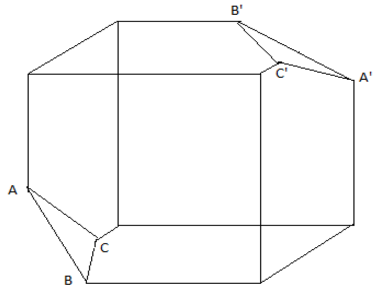
1. У двух прямоугольных треугольников совпадают площади и периметры. Обязательно ли эти треугольники равны?

2. Найдите наименьшее натуральное n такое, что $\sin n^\circ = \sin(2016n^\circ)$.

3. Имеется 288 внешне одинаковых монет весами 7 и 8 грамм (есть и те, и другие). На чаши весов положили по 144 монеты так, что весы в равновесии. За одну операцию можно взять с чаш любые две группы из одинакового числа монет и поменять их местами. Докажите, что можно не более, чем за 11 операций сделать так, чтобы весы *не были* в равновесии.

4. Назовем натуральное число *модным*, если в его записи встречается группа цифр 2016 (например, числа 32016, 1120165 модны, а 3, 216, 20516 — нет). Докажите, что всякое натуральное число можно получить как частное от деления модного числа на модное.

5. У куба выбрали две противоположные вершины M и M' и плоскими сечениями ABC и A'B'C' отрезали от него две треугольные пирамиды MABC и M'A'B'C'. Получился восьмигранник (см. рис.) Три расстояния оказались попарно различны: между прямыми AB и A'B', между прямыми BC и B'C' и между прямыми AC и A'C'. Докажите, что у прямых AA', BB' и CC' есть общая точка.



6. Дан квадратный трехчлен x^2+bx+c. Докажите, что найдется такое иррациональное *x*, при котором значение x^2+bx+c – рационально.