

Решение задач

Задача.1. Спустя $t = 6$ с был слышен звук удара камня о землю. Это время состоит из времени падения камня $t_{\text{пад}}$ и времени распространения звука удара в обратном направлении $t_{\text{зв}}$.

$$t = t_{\text{пад}} + t_{\text{зв}}$$

Время падения камня можно найти из уравнения равноускоренного движения:

$h = \frac{gt_{\text{пад}}^2}{2}$. Выразим время падения $t_{\text{пад}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Выразим время распространения звука

$$t_{\text{пад}} = \frac{h}{v}$$

$$t = \frac{h}{v} + \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\frac{h^2}{v^2} - \left(\frac{2t}{v} + \frac{2}{g}\right)h + t^2 = 0$$

$$h = \frac{v}{g} \left(gt + v - \sqrt{v^2 + 2vgt} \right) = 150.6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

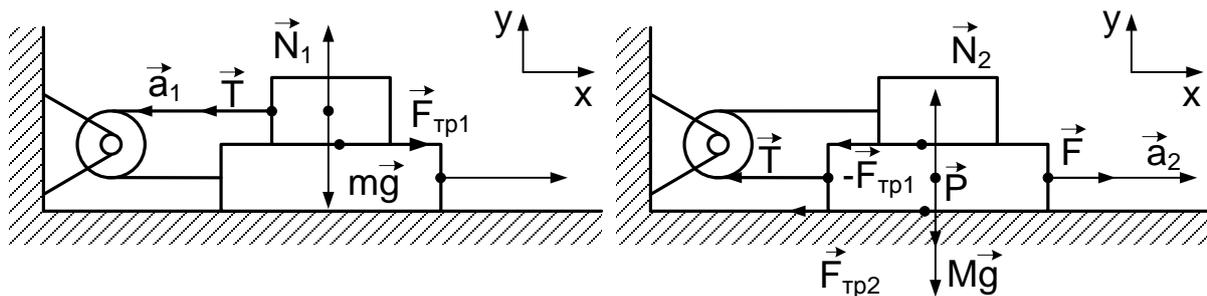
Разбалловка

Записано уравнение для суммарного времени – 3 балла, найдено время падения камня – 5 баллов, найдено время распространения звука – 5 баллов, записано уравнение для нахождения высоты h – 5 баллов, численный ответ – 2 балла.

Задача.2. Запишем второй закон Ньютона для верхнего и нижнего бруска:

$$m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T} + \vec{F}_{\text{тр}1}$$

$$M\vec{a}_2 = M\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{P} + \vec{T} + \vec{F} + \vec{F}'_{\text{тр}1} + \vec{F}_{\text{тр}2}$$



\vec{P} - сила с которой верхний брусок давит на нижний: $\vec{P} = -\vec{N}_1$.

$\vec{F}'_{\text{тр}1}$ - сила трения действующая со стороны верхнего бруска на нижний: $\vec{F}'_{\text{тр}1} = -\vec{F}_{\text{тр}1}$.

Запишем проекции сил на оси Ox и Oy :

$$Ox: -ma_1 = -T + F_{\text{тр}1}$$

$$Oy: 0 = -mg + N_1$$

$$Ox: Ma_2 = -T + F - F'_{\text{тр}1} - F_{\text{тр}2}$$

$$Oy: 0 = -Mg + N_2 - P$$

$$F_{\text{тр1}} = F'_{\text{тр1}} = \mu_1 N_1$$

$$F_{\text{тр2}} = \mu_2 N_2$$

$$P = N_1 = mg$$

$$a_1 = a_2 = a$$

После подстановок получим систему уравнений:

$$ma = T - \mu_1 mg$$

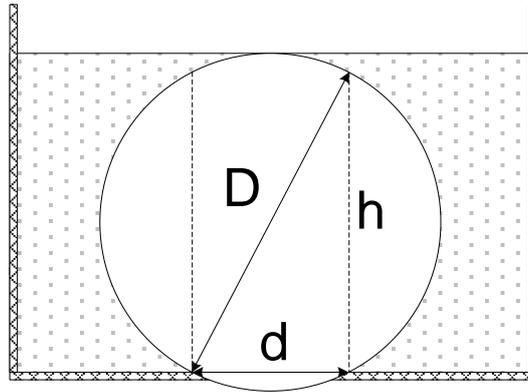
$$Ma = F - T - \mu_1 mg - \mu_2(m + M)g$$

$$a = \frac{F - 2\mu_1 mg - \mu_2(m + M)g}{m + M} = 1.3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Разбалловка

Приведен рисунок с указанием действующих сил – 2 балла, 2-й закон Ньютона в векторном виде – 3 балла, 2-й закон Ньютона в скалярном виде – 7 баллов, получено выражение для нахождения ускорения – 6 баллов, численный ответ – 2 балла.

Задача.3.



Если сила тяжести будет больше силы Архимеда, то шар не всплывет. Рассчитаем силу тяжести, действующую на шар:

$$F_{\text{тяж}} = \rho_{\text{ш}} V$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \frac{\pi D^3}{8} = \frac{\pi D^3}{6}$$

$$F_{\text{тяж}} = \frac{\rho_{\text{ш}} \pi D^3 g}{6} \approx 71 \text{ мН}$$

Сила Архимеда вызвана разницей сил гидростатического давления на верхнюю и нижнюю части тела, погруженного в воду. Выделим на рисунке пунктиром объем шара, находящийся над отверстием. Этот объем не будет учитываться при расчете силы Архимеда, т.к. на его нижнюю часть не действует сила давления воды. Объем этой фигуры будет больше, чем объем цилиндра высотой h и диаметром основания d . Пренебрежем разницей объемов, для простоты расчета. Мы получим завышенное значение силы Архимеда.

$$h = \sqrt{D^2 - d^2} \approx 28.3 \text{ мм}$$

$$F_A = \rho_B \left(\frac{\pi D^3}{6} - \frac{\pi d^2}{4} h \right) \approx 12 \text{ мН}$$

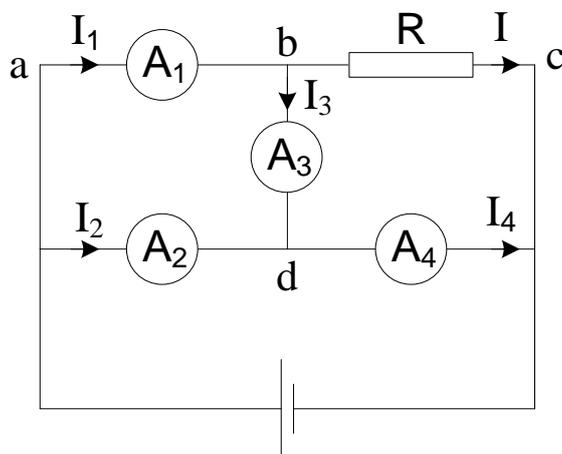
Истинное значение силы Архимеда будет меньше: $F_A < 12 \text{ мН}$.

Т.к. $F_{\text{тяж}} > F_A$, шар не всплывет.

Разбалловка

Расчет силы тяжести – 5 баллов, связь гидростатического давления и силы Архимеда – 3 балла, учет отверстия в сосуде при расчете силы Архимеда – 5 баллов, приближенный расчет силы Архимеда – 4 балла, сравнение действующих сил и вывод – 3 балла.

Задача.4. Обозначим направления токов на рисунке. Пусть сопротивления амперметров равны r .



Запишем напряжение между точками a и d :

$$U_{ad} = rI_2 = rI_1 + rI_3$$

$$I_2 = I_1 + I_3$$

$$I_3 = I_2 - I_1 = 1 \text{ A}$$

В точку d втекают токи I_2 и I_3 , вытекает ток I_4 :

$$I_4 = I_2 + I_3 = 4 \text{ A}$$

В точку b втекает ток I_1 , вытекают $-I_3$ и I :

$$I_1 = I_3 + I$$

$$I = I_1 - I_3 = 1 \text{ A}$$

Запишем напряжение между точками b и c :

$$U_{bc} = RI = rI_3 + rI_4$$

$$\frac{R}{r} = \frac{I_3 + I_4}{I} = 5$$

Разбалловка

Найден ток через амперметр A_3 – 5 баллов, найден ток через амперметр A_4 – 5 баллов, найден ток через резистор – 5 баллов, найдено отношение сопротивления амперметра RA к сопротивлению резистора R – 5 баллов.

Задача.5. Пренебрежем кинетической энергией движения куска льда и будем считать, что энергия, полученная за счет уменьшения потенциальной энергии системы лед-вода, выделится в виде тепла и поглотится куском льда. В этом случае мы также пренебрегаем нагревом окружающей воды.

При всплытии куска льда, вода занимает освободившийся объем. Запишем изменение потенциальной энергии системы лед-вода:

$$\Delta E = mgh - \rho_{\text{в}} \frac{m}{\rho_{\text{л}}} gh$$

Первое слагаемое – изменение потенциальной энергии куска льда массой m . Второе слагаемое – изменение потенциальной энергии воды, объем которой равен объему куска льда. $\Delta E < 0$ – в результате всплытия суммарная энергия системы уменьшилась.

Обозначим массу льда, которая расплавилась Δm .

$$Q = \Delta m \lambda$$

$$Q = -\Delta E$$

$$\Delta m \lambda = \rho_{\text{в}} \frac{m}{\rho_{\text{л}}} gh - mgh$$

$$\Delta m \lambda = \frac{mgh}{\lambda} \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right)$$

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{gh}{\lambda} \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right) = 1.7 \cdot 10^{-3}$$

Разбалловка

Записано уравнение для изменения энергии системы льдина-вода – 6 баллов, уравнение для плавления льда – 3 балла, записан закон преобразования энергии – 4 балла, найдено отношение $\Delta m/m$ – 5 баллов, получен численный ответ – 2 балла.