

**Межрегиональная предметная олимпиада Казанского федерального университета
по предмету «Физика»
Очный тур
2015-2016 учебный год**

10 класс

Возможные решения

Задача 1. (20 баллов)

Космонавты, впервые оказавшиеся на Европе (спутнике Юпитера), провели следующий опыт. Они подбросили вверх камень и с помощью приборов определяли время t с момента броска и высоту h , на которой находится камень. По приведённым в таблице данным найти ускорение свободного падения на Европе и максимальную высоту подъёма камня. Атмосфера у Европы практически отсутствует.

t, c	0	2	4
h, m	1	5,4	4,6

Ответ: $g = 1,3 \text{ м/с}^2$, $h_{\max} = 5,7 \text{ м}$.

Решение: Из приведённых данных видно, что в начальный момент времени камень находился на высоте $h_0 = 1 \text{ м}$. Подставляя остальные данные в уравнение движения камня, получаем (v_0 — начальная скорость камня, g — ускорение свободного падения)

$$\begin{cases} 5,4 \text{ м} = 1 \text{ м} + v_0 \cdot 2 \text{ с} - \frac{g(2 \text{ с})^2}{2}, \\ 4,6 \text{ м} = 1 \text{ м} + v_0 \cdot 4 \text{ с} - \frac{g(4 \text{ с})^2}{2} \end{cases} \Rightarrow v_0 = 3,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}, g = 1,3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Максимальную высоту подъёма камня найдём по формуле

$$h_{\max} = h_0 + \frac{v_0^2}{2g} \approx 5,7 \text{ м}.$$

Критерии:

Найдена начальная высота	2 балла
Данные из таблицы подставлены в уравнения движения	6 баллов
Найдено ускорение своб. падения	3 балла
Найдена начальная скорость	3 балла
Формула для макс. высоты подъёма	3 балла
Вычислена макс. высота подъёма	3 балла

Задача 2. (20 баллов)

Длинная нить переброшена через два маленьких невесомых блока, оси которых жёстко закреплены. К концам нити привязаны одинаковые грузы массой m (см. рис. 4). К середине нити прикрепили ещё один груз массой $1,5m$ и без толчка отпустили. На сколько сможет опуститься центральный груз в процессе своего движения. Расстояние между блоками равно $2L$. Соппротивлением воздуха и трением пренебречь.

Ответ: $24L/7$.

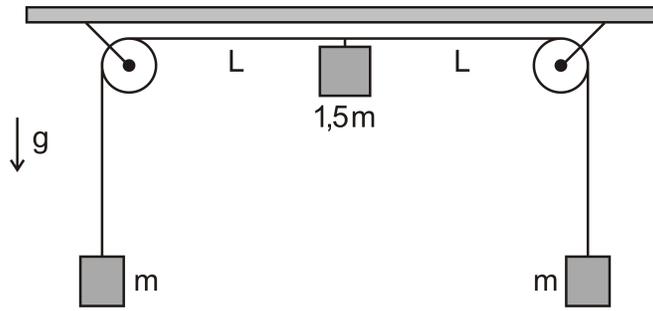


Рис. 4.

Решение: Пусть по остановки средний груз прошёл расстояние h . Тогда крайние грузы поднялись на высоту $H = \sqrt{L^2 + h^2} - L$ каждый. По закону сохранения энергии суммарное увеличение потенциальной энергии крайних грузов должно равняться уменьшению потенциальной энергии среднего:

$$2 \cdot mg \left(\sqrt{L^2 + h^2} - L \right) = 1,5mgh.$$

Отсюда получаем, что

$$\sqrt{L^2 + h^2} - L = \frac{3h}{4} \Rightarrow L^2 + h^2 = \left(L + \frac{3h}{4} \right)^2 \Rightarrow h = \frac{24L}{7}.$$

Критерии:

Найдена связь между h и H	5 баллов
Закон сохранения энергии	10 баллов
Найдено выражение для h	5 балла

Задача 3. (20 баллов)

Мальчик Петя собрал цепь, изображённую на рис. 5 (зачем он это сделал, он не сказал), и подсоединил её к источнику напряжением $U = 36$ В. Сопротивления всех резисторов указаны на схеме, все вольтметры в цепи одинаковы. Перерисовать схему и изобразить полярность приборов, при которой они показывают положительное значение напряжения. Найти в этом случае показания всех вольтметров. Сопротивления вольтметров много больше сопротивления резисторов.

Ответ: $U_1 = 4$ В, $U_2 = 7$ В, $U_3 = 11$ В, полярность приборов указана на рис. 6.

Решение: Так как сопротивление вольтметров очень велико, можно считать, что ток течёт только через резисторы: через верхние резисторы — $I_v = U/(3R)$, через нижние — $I_n = U/(4R)$.

Напряжение на нижнем центральном резисторе равно $I_n \cdot 2R = U/2 = 18$ В. С другой стороны, оно равно сумме показаний вольтметров V_2 и V_3 , при условии, что плюс у них расположен слева (как на рис. 6): $U_2 + U_3 = U/2 = 18$ В.

Пусть, для определённости, вольтметр V_1 подключен так, что плюс у него находится сверху (как на рис. 6). Тогда разность показаний V_2 и V_1 равна разности напряжений на левом верхнем и левом нижнем резисторах:

$$U_2 - U_1 = I_v R - I_n R = \frac{U}{3} - \frac{U}{4} = \frac{U}{12} = 3 \text{ В.}$$

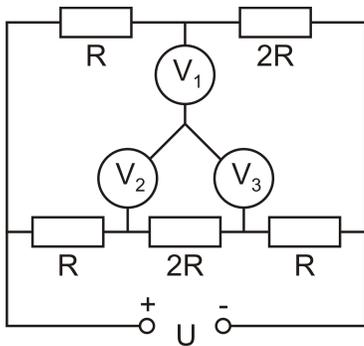


Рис. 5.

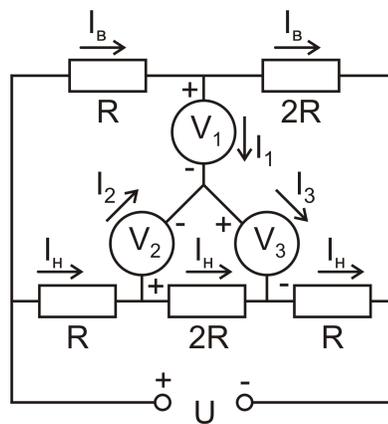


Рис. 6.

Так как в условии задачи сказано, что вольтметры одинаковые, их внутренние сопротивления совпадают (они очень велики, но существуют). Токи I_1 , I_2 и I_3 , текущие через них (они очень малы, но существуют), при заданной полярности удовлетворяют соотношению $I_1 + I_2 = I_3$. Отсюда, умножая на сопротивление вольтметров, находим, что

$$U_1 + U_2 = U_3.$$

Решая полученную систему, определяем показания вольтметров:

$$\begin{cases} U_2 + U_3 = 18 \text{ В}, \\ U_2 - U_1 = 3 \text{ В}, \\ U_1 + U_2 = U_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 = 4 \text{ В}, \\ U_2 = 7 \text{ В}, \\ U_3 = 11 \text{ В}. \end{cases}$$

Так как значения получились положительными, полярность приборов, принятая при решении, оказалась верной.

Критерии:

Эквивалентная схема	4 балла
Найдены токи через резисторы	3 баллов
Найдены напряжения на резисторах	2 балла
Формула $U_1 + U_2 = U_3$	3 балла
Формулы $U_2 + U_3 = 18 \text{ В}$, $U_2 - U_1 = 3 \text{ В}$	3 балла
Указана полярность приборов	2 балла
Найдены значения напряжений на вольтметрах	3 балла

Задача 4. (20 баллов)

В дно водоёма глубиной 1,5 м вертикально вбит шест, на 30 см выступающий из воды. Найти длину тени от шеста на дне водоёма, если угол падения солнечных лучей равен 45° . Показатель преломления воды равен $n = 1,33$.

Ответ: 1,24 м.

Решение: Пусть h — высота надводной части шеста, H — глубина водоёма. Построим луч, проходящий через верхний край шеста (рис. 7). Длина тени L от шеста равна

$$L = h \operatorname{tg} \alpha + H \operatorname{tg} \beta = h + H \operatorname{tg} \beta,$$

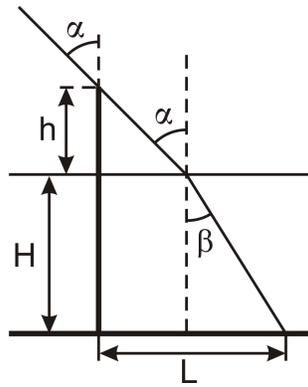


Рис. 7.

где $\alpha = 45^\circ$ — угол падения луча, β — угол его преломления в воде. По закону Снеллиуса

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} = \frac{1}{n\sqrt{2}} \approx 0,53 \Rightarrow \beta \approx 32^\circ.$$

Отсюда находим, что

$$L = h + H \operatorname{tg} 32^\circ \approx 0,3 \text{ м} + 0,94 \text{ м} = 1,24 \text{ м}.$$

Критерии:

Записан закон Снеллиуса	3 балла
Сделано верное построение	4 балла
Найден угол преломления	4 балла
Найдено выражение для длины тени	7 баллов
Вычислено значение длины тени	2 балла

Задача 5. (20 баллов)

К концам нити, перекинутой через блок, привязаны бруски массами $2m$ и m , находящиеся на горизонтальной плоскости (рис. 8). Коэффициент трения между брусками равен $\mu_1 = 1/3$, между нижним бруском и плоскостью — $\mu_2 = 1/2$. Найти все возможные значения горизонтальной силы F , приложенной к оси блока, при которых система движется вправо как единое целое (грузы покоятся друг относительно друга). Нить считать невесомой и нерастяжимой, её участки между блоком и брусками параллельны плоскости. Массой блока пренебречь.

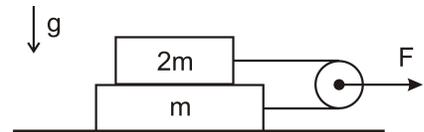


Рис. 8.

Ответ: $2mg \leq F \leq 10mg$.

Решение: Так как блок является невесомым, сила натяжения нити, перекинутой через него, равна $F/2$. Силы, действующие на грузы, изображены на рис. 9, причём направление силы трения между грузами $\vec{F}_{\text{тр}1}$ может быть произвольным.

Пусть a — ускорение системы. Запишем 2-й закон Ньютона для обоих грузов (здесь

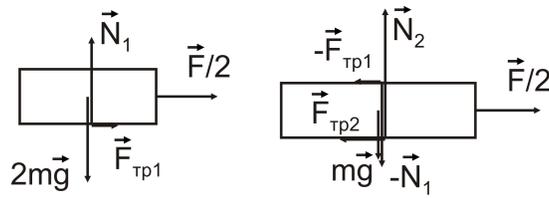


Рис. 9.

$F_{\text{тр1}}$ — проекция силы $\vec{F}_{\text{тр1}}$ на направление движения системы):

$$\begin{array}{l}
 \text{(Верхний груз)} \\
 \left\{ \begin{array}{l} 2ma = \frac{F}{2} + F_{\text{тр1}}, \\ 0 = N_1 - 2mg, \end{array} \right.
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{(Нижний груз)} \\
 \left\{ \begin{array}{l} ma = \frac{F}{2} - F_{\text{тр1}} - F_{\text{тр2}}, \\ 0 = N_2 - N_1 - mg. \end{array} \right.
 \end{array}$$

Из данных уравнений находим, что $N_1 = mg$ и $N_2 = 3mg$. Кроме того, поскольку система движется относительно горизонтальной плоскости, $F_{\text{тр2}} = \mu_2 N_2 = 3mg/2$.

Отсюда получаем

$$\left\{ \begin{array}{l} 2ma = \frac{F}{2} + F_{\text{тр1}}, \\ ma = \frac{F}{2} - F_{\text{тр1}} - \frac{3mg}{2}. \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = \frac{F}{3m} - \frac{g}{2}, \\ F_{\text{тр1}} = \frac{F}{6} - mg. \end{array} \right.$$

Система будет двигаться как единое целое, если

$$|F_{\text{тр1}}| \leq \mu_1 N_1 = \frac{2mg}{3} \Rightarrow -\frac{2mg}{3} \leq \frac{F}{6} - mg \leq \frac{2mg}{3} \Rightarrow 2mg \leq F \leq 10mg.$$

Заметим, что условие $a > 0$ при этом выполняется автоматически.

Критерии:

Найдено, что сила натяжения нити $F/2$	2 балла
Записан 2-й закон Ньютона для верхнего груза	3 балла
Записан 2-й закон Ньютона для нижнего груза	3 балла
Найдено ускорение системы	3 балла
Найдено, что $F_{\text{тр1}} = F/6 - mg$	3 балла
Записано неравенство для $F_{\text{тр1}}$	3 балла
Найдено неравенство для F	3 балла

Максимально возможный балл в 10 классе 100