

**Межрегиональная предметная олимпиада Казанского федерального университета  
по предмету «Физика»  
Очный тур  
2014-2015 учебный год**

**9 класс**

**Возможные решения**

**Задача 1.** (20 баллов)

Школьник Петя Иванов из имеющихся в его распоряжении шести проволок собрал схему, изображённую на рис. 1. Найти сопротивление цепи между точками А и D, если сопротивления проволок АВ и ВD равны 10 Ом каждое, сопротивления АС и CD — по 20 Ом, а сопротивления AD и BC — по 8 Ом.

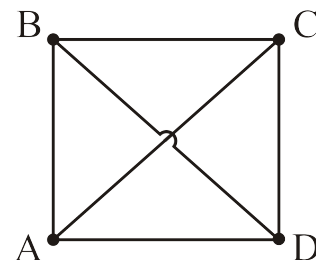


Рис. 1.

**Ответ:** 5 Ом.

**Решение:** Перерисуем схему так, как показано на рис. 2а. Поскольку  $R_{AB} = R_{BD}$  и  $R_{AC} = R_{CD}$ , получившаяся цепь симметрична относительно прямой BC. Докажем, что ток в проводнике BC не течёт. Допустим, что это не так. Изменим полярность

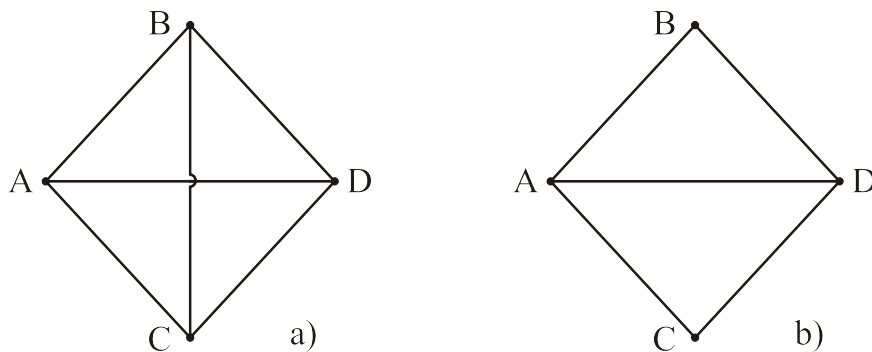


Рис. 2.

приложенного к точкам А и D напряжения и отразим схему относительно прямой BC. Очевидно, что цепь перейдёт в себя, но ток на участке BC изменит направление на противоположное. Это противоречие можно разрешить, только если  $I_{BC} = 0$ .

Благодаря этому факту, проводник BC можно убрать, не меняя общего сопротивления цепи. Оставшаяся цепь представляет собой комбинацию параллельных и последовательных соединений проводников (рис. 2b). Найдём общее сопротивление между точками А и D:

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{2R_{AB}} + \frac{1}{2R_{AC}} + \frac{1}{R_{AD}} = \frac{1}{20 \text{ Ом}} + \frac{1}{40 \text{ Ом}} + \frac{1}{8 \text{ Ом}} = \frac{1}{5 \text{ Ом}} \Rightarrow R_{\text{общ}} = 5 \text{ Ом}.$$

**Задача 2.** (20 баллов)

Теплоизолированный сосуд ёмкостью 200 мл был до краёв наполнен водой при температуре 20 °С. В середину этого сосуда быстро, но аккуратно опустили кусок льда массой 42 г при температуре 0 °С. Найти установившуюся температуру воды в сосуде. Плотность воды равна 1000 кг/м<sup>3</sup>, плотность льда — 900 кг/м<sup>3</sup>. Удельная теплоёмкость воды — 4200 Дж/(кг · °С), удельная теплота плавления льда — 330 кДж/кг.

**Ответ:** 0 °С.

**Решение:** Масса воды, первоначально имевшейся в сосуде, равна, очевидно, 200 г. Кусок льда, опущенный в воду, останется плавать на её поверхности. Поэтому масса вытесненной воды равна массе льда. В результате, в сосуде останется вода массой  $m = 200 \text{ г} - 42 \text{ г} = 158 \text{ г}$ . Определим, сможет ли оставшаяся вода растопить весь лёд. Для этого вычислим теплоту  $Q_1$ , необходимую для плавления всего куска льда, и теплоту  $Q_2$ , которая выделится при остывании воды до 0 °С:

$$Q_1 = \lambda m_{\text{льда}} = 330000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 0,042 \text{ кг} = 13860 \text{ Дж},$$

$$Q_2 = cm \cdot 20 \text{ °С} = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{°С}} \cdot 0,158 \text{ кг} \cdot 20 \text{ °С} = 13272 \text{ Дж}.$$

Так как  $Q_1 > Q_2$ , то лёд растает не весь, и установившаяся в сосуде температура будет равна 0 °С.

**Задача 3.** (20 баллов)

В сосуде с водой (см. рис. 3) имеется толстая вертикальная деревянная перегородка высотой  $h = 40 \text{ см}$ , делящая его на две равные части и способная свободно перемещаться вверх-вниз по сделанным на боковых стенках специальным направляющим. В правую часть сосуда медленно наливают керосин. а) Найти максимальную высоту слоя керосина в правой части сосуда, при которой он ещё не начинает перетекать в левую часть. б) На какую высоту относительно своего первоначального положения поднимется перегородка в этом случае? Плотности дерева, керосина и воды равны  $600 \text{ кг/м}^3$ ,  $800 \text{ кг/м}^3$  и  $1000 \text{ кг/м}^3$  соответственно. Площадь основания перегородки составляет четверть площади дна сосуда.

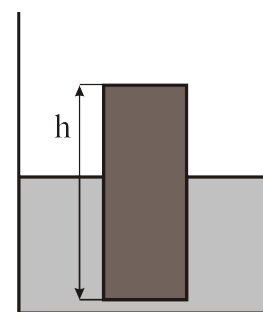


Рис. 3.

**Ответ:** а) 30 см; б) 9 см.

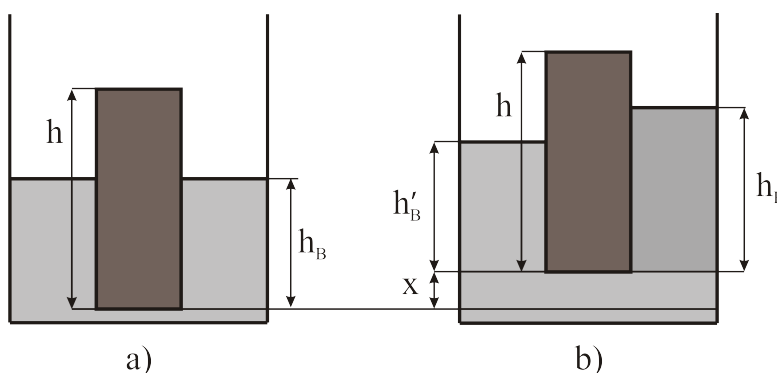


Рис. 4.

**Решение:** Сначала найдём глубину  $h_B$ , на которую погружена в воду перегородка (см. рис. 4а). Это можно сделать, приравняв величину выталкивающей силы и величину силы тяжести, действующих на перегородку  $F_T = F_A$ :

$$m_{\text{П}}g = \rho_B g V_{\text{погр}} \Rightarrow \rho_D S_{\text{П}} h = \rho_B S_{\text{П}} h_B,$$

где  $m_{\Pi}$  и  $S_{\Pi} = S/4$  — масса и площадь основания перегородки. Выражая  $h_B$ , получим, что

$$h_B = \frac{\rho_D h}{\rho_B} = 24 \text{ см.}$$

Если в правую часть сосуда наливать керосин, то перегородка начнёт двигаться вверх, при этом оставаясь на плаву.

С другой стороны, две части, разделённые перегородкой, представляют собой сообщающиеся сосуды, поэтому давления жидкостей на уровне нижнего края перегородки слева и справа будут одинаковыми и совпадать с давлением, производимым перегородкой на воду (система находится в равновесии). Исходя из этого, найдём максимальную высоту слоя керосина. Пусть керосин полностью заполнил пространство до нижнего края перегородки (см. рис. 4b), тогда

$$\frac{m_{\Pi} g}{S_{\Pi}} = \rho_K g h_K \Rightarrow \rho_D g h = \rho_K g h_K \Rightarrow h_K = \frac{\rho_D h}{\rho_K} = 30 \text{ см.}$$

Записывая аналогичное равенство для давлений перегородки и воды, получаем

$$\frac{m_{\Pi} g}{S_{\Pi}} = \rho_B g h'_B \Rightarrow \rho_D g h = \rho_B g h'_B \Rightarrow h'_B = \frac{\rho_D h}{\rho_B} = h_B,$$

то есть расстояние между поверхностью воды в левой части сосуда и нижним краем в процессе перемещений перегородки не изменяется.

Чтобы ответить на второй вопрос задачи, найдём объём воды в сосуде до и после доливания керосина и приравняем их, учитывая, что площади поперечного сечения частей сосуда слева и справа от перегородки равны  $3S/8$  ( $S$  — общая площадь дна сосуда,  $x$  — искомая высота, на которую поднялась перегородка,  $V_0$  — объём воды, первоначально находящейся под перегородкой):

$$V_{\text{до}} = \frac{3}{4} S h_B + V_0, \quad V_{\text{после}} = S x + \frac{3}{8} S h_B + V_0,$$

$$\frac{3}{4} S h_B = S x + \frac{3}{8} S h_B \Rightarrow x = \frac{3 h_B}{8} = 9 \text{ см.}$$

#### Задача 4. (20 баллов)

К концу однородной палочки подвешен на нити алюминиевый шарик радиуса  $r = 0,5$  см. Палочку кладут на край стакана с водой, добиваясь равновесия при погружении в воду половины шарика. При этом оказывается, что точка опоры делит палочку в отношении 2:3. Найти массу палочки. Плотность алюминия  $\rho = 2700$  кг/м<sup>3</sup>, плотность воды  $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, объём шара связан с его радиусом выражением  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ .

**Ответ:** 4,6 г.

**Решение:** На шарик, погруженный в воду, действуют сила тяжести  $F_T = \rho V g$  и сила Архимеда, равная  $F_A = \rho_0 \frac{V}{2} g$ , где  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$  — объём шарика. Отсюда получаем, что вес шарика равен

$$P = F_T - F_A = \left( \rho - \frac{\rho_0}{2} \right) V g.$$

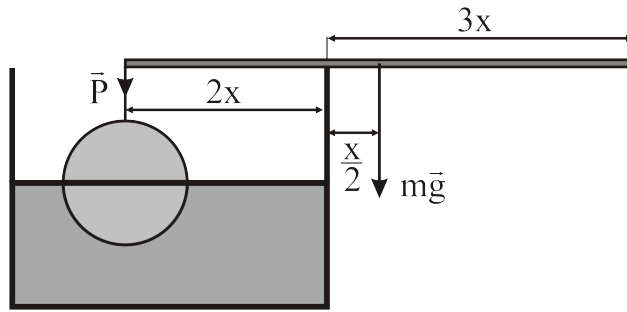


Рис. 5.

Запишем теперь условие равенства моментов сил, действующих на палочку, учитывая, что точка опоры делит палочку в отношении 2:3 (см. рис. 5):

$$P \cdot 2x = mg \cdot \frac{x}{2} \Rightarrow (2\rho - \rho_0) Vgx = \frac{mgx}{2}.$$

Из полученного равенства выразим массу палочки

$$m = (4\rho - 2\rho_0)V = (4\rho - 2\rho_0) \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \approx 4,6 \text{ г.}$$

**Задача 5.** (20 баллов)

Тело, подброшенное вверх из точки, находящейся на высоте  $h$  над поверхностью земли, падает на землю через время  $t_1 = 5$  с. Тело, брошенное вниз из той же точки и с такой же начальной скоростью, падает на землю через время  $t_2 = 3$  с. Найти  $h$  и начальную скорость тела. Ускорение свободного падения принять равным  $10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивлением воздуха пренебречь.

**Ответ:**  $h = \frac{gt_1 t_2}{2} = 75 \text{ м}, v_0 = \frac{g(t_1 - t_2)}{2} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

**Решение:** Пусть  $v_0$  — величина начальной скорости тела в обоих случаях. Используя уравнение движения тела в поле тяготения, запишем

$$0 = h + v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2}, \tag{5.1}$$

$$0 = h - v_0 t_2 - \frac{gt_2^2}{2}. \tag{5.2}$$

Вычтем эти равенства друг из друга и, после математических преобразований, получим выражение для  $v_0$ :

$$0 = v_0(t_1 + t_2) - \frac{g(t_1^2 - t_2^2)}{2} \Rightarrow v_0 = \frac{g(t_1 - t_2)}{2} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Подставим его в (5.2) и найдём выражение для начальной высоты  $h$ :

$$h = \frac{g(t_1 - t_2)}{2} \cdot t_2 + \frac{gt_2^2}{2} \Rightarrow h = \frac{gt_1 t_2}{2} = 75 \text{ м.}$$