

Межрегиональная предметная олимпиада Казанского федерального университета
по предмету «Физика»
Очный тур
2014-2015 учебный год

10 класс

Возможные решения

Задача 1. (20 баллов)

Пассажир опоздал к отходу поезда. Когда он вышел к платформе, мимо него проехали два последовательно идущих вагона: первый из них — за время $t_1 = 15$ с, второй — за время $t_2 = 12$ с. Сколько времени прошло с начала движения поезда до момента, когда к нему подошёл пассажир, если поезд двигался с постоянным ускорением? Длина всех вагонов одинаковая.

Ответ: $t_0 = \frac{t_1 t_2}{t_1 - t_2} - \frac{t_1 + t_2}{2} = 46$ с.

Решение: Пусть a — ускорение поезда, t_0 — время, на которое опоздал пассажир. Тогда скорость поезда в этот момент составляет $v_1 = at_0$, а в момент, когда мимо пассажира начал проходить второй вагон, — $v_2 = a(t_0 + t_1)$. Первый вагон проходит расстояние L , равное своей длине, за время t_1 :

$$L = v_1 t_1 + \frac{at_1^2}{2} = a \left(t_0 t_1 + \frac{t_1^2}{2} \right).$$

Второй вагон проходит то же расстояние L за время t_2 :

$$L = v_2 t_2 + \frac{at_2^2}{2} = a \left(t_0 t_2 + t_1 t_2 + \frac{t_2^2}{2} \right).$$

Приравнивая правые части этих равенств, получаем

$$t_0 t_1 + \frac{t_1^2}{2} = t_0 t_2 + t_1 t_2 + \frac{t_2^2}{2} \Rightarrow t_0 = \frac{t_1 t_2}{t_1 - t_2} - \frac{t_1 + t_2}{2} = 46 \text{ с.}$$

Задача 2. (20 баллов)

Тяжёлый клин с углом при основании, равным $\alpha = 15^\circ$, движется по горизонтальной плоскости со скоростью u (см. рис. 6). Навстречу ему со скоростью v летит лёгкий шарик. Чему должна равняться скорость v , чтобы шарик после удара о клин отскочил вертикально вверх. Удар считать абсолютно упругим, трение отсутствует.

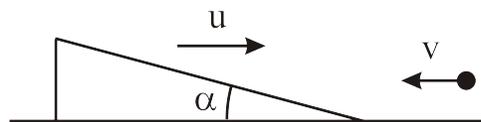


Рис. 6.

Ответ: $v = u \left(\frac{1}{\cos 2\alpha} - 1 \right) = u \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 1 \right)$.

Решение: Перейдём в систему отсчёта, связанную с клином. В ней шарик летит навстречу клину со скоростью $u + v$. При абсолютно упругом ударе о покоящийся тяжёлый клин скорость шарика останется неизменной по величине, но будет направлена

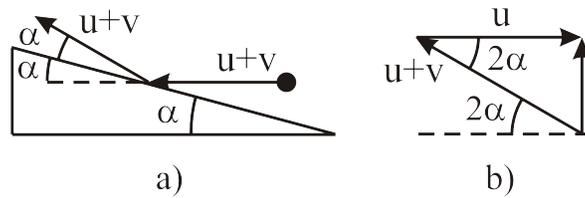


Рис. 7.

вверх по углом α к поверхности клина (см. рис. 7а) или, что эквивалентно, под углом $2\alpha = 30^\circ$ относительно горизонтальной поверхности.

Чтобы получить вектор скорости отскочившего мячика в лабораторной системе отсчёта, необходимо к вектору скорости, найденной в системе, связанной с клином, прибавить вектор \vec{u} . Так как, по условию, результат должен быть направлен вертикально, мы получим прямоугольный треугольник (см. рис. 7b) с катетом, равным u , гипотенузой, равной $u + v$, и углом $2\alpha = 30^\circ$ между ними. Из указанного треугольника находим, что

$$(u + v) \cos 2\alpha = u \Rightarrow v = u \left(\frac{1}{\cos 2\alpha} - 1 \right) = u \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 1 \right).$$

Задача 3. (20 баллов)

Схема (см. рис. 8) состоит из четырёх резисторов, идеального амперметра и диода D. Сопротивления всех резисторов указаны на рисунке. При одной полярности приложенного к цепи напряжения (см. рис.) амперметр показывает значение $I_1 = 0,6$ А. Какое значение силы тока I_2 будет показывать амперметр, если изменить полярность? Напряжение в цепи в обоих случаях одинаковое.

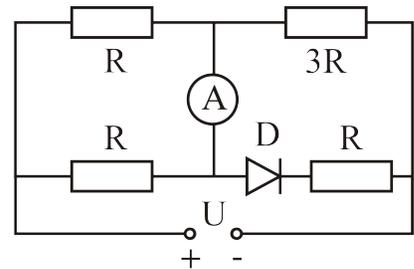


Рис. 8.

Примечание. Диод — электронное устройство, которое пропускает ток только в одном направлении. При этом сопротивление диода пренебрежимо мало.

Ответ: $I_2 = \frac{5}{7}I_1 \approx 0,43$ А.

Решение: При полярности поданого напряжения, изображённой на рис. 8, диод открыт, и цепь эквивалентна двум парам параллельно соединённых резисторов. Общее сопротивление такой цепи равно

$$R_1 = \frac{R}{2} + \frac{3R \cdot R}{3R + R} = \frac{5R}{4}.$$

Сила тока, идущего от источника, равна $I = \frac{U}{R_1} = \frac{4U}{5R}$. Соответственно, сила тока, текущего через резистор с сопротивлением R , равна $\frac{I}{2} = \frac{2U}{5R}$, а напряжение на нём — $2U/5$. Напряжение на резисторе с сопротивлением $3R$ составляет $3U/5$, следовательно, сила тока через него равна $\frac{U}{5R}$. Отсюда получаем, что ток, текущий через амперметр, даётся формулой

$$I_1 = \frac{2U}{5R} - \frac{U}{5R} = \frac{U}{5R}.$$

Рассмотрим теперь случай, когда полярность поданого напряжения изменена, диод закрыт. Общее сопротивление такой цепи равно

$$R_2 = \frac{R}{2} + 3R = \frac{7R}{2}.$$

Во втором случае амперметр показывает значение силы тока, текущего через нижний резистор с сопротивлением R . Она равна половине силы тока, идущего от источника

$$I_2 = \frac{U}{2R_2} = \frac{U}{7R}.$$

Отметим, что направление тока в обоих случаях одинакова.

Из полученных выражений для I_1 и I_2 получаем, что

$$I_2 = \frac{5}{7}I_1 = 0,43 \text{ А}.$$

Задача 4. (20 баллов)

На верхнем краю очень тяжёлого клина с углом α при основании укреплен двойной блок — два вала с радиусами r и R , насаженные на общую ось и жёстко скелённые друг с другом (см. рис. 9). К свешивающемуся с большего вала концу нити прикреплен груз массы m_1 . К концу нити, намотанной на меньший вал, прикреплен груз массой m_2 . При каком отношении масс грузов m_2/m_1 система будет находится в равновесии? Массами блоков и нитей, а также трением пренебречь.

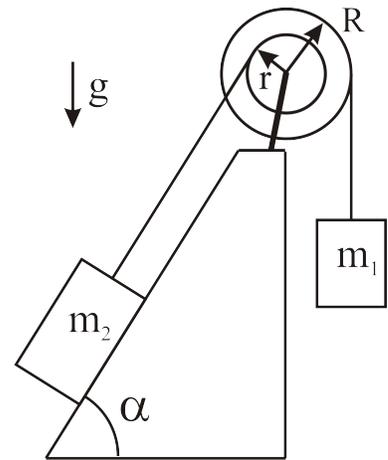


Рис. 9.

Ответ: $\frac{m_2}{m_1} = \frac{R}{r \sin \alpha}.$

Решение: Система будет находится в равновесии, когда моменты сил натяжения нитей относительно оси блока будут равны. Пусть T_1 — сила натяжения нити, на которой висит груз массой m_1 , а T_2 — сила натяжения нити, к которой прикреплен груз массой m_2 . Очевидно, что $T_1 = m_1g$. С другой стороны, $T_2 = m_2g \sin \alpha$. Записываем теперь условие равенства моментов:

$$m_1gR = m_2g \sin \alpha \cdot r \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{R}{r \sin \alpha}.$$

Задача 5. (20 баллов)

Пробковый шарик, полностью погруженный в воду, начинает всплывать на поверхность с ускорением $11,2 \text{ м/с}^2$. С каким ускорением начнёт двигаться в воде алюминиевый шарик того же объёма? Плотность пробки равна 200 кг/м^3 , плотность алюминия — 2700 кг/м^3 , плотность воды — 1000 кг/м^3 . Ускорение свободного падения принять равным $9,8 \text{ м/с}^2$.

Примечание. Шарик, погруженный в жидкость, при равноускоренном движении испытывает силу сопротивления, пропорциональную ускорению: $F_{\text{сопр}} \sim a$.

Ответ: $5,2 \text{ м/с}^2$.

Решение: Так как, по условию, сила сопротивления пропорциональна ускорению, будем считать, что $F_{\text{сопр}} = ka$, где k — неизвестный коэффициент. На шарик, всплывающий к поверхности (ускорение a_1 направлено вверх), действуют сила Архимеда, сила тяжести и сила сопротивления, направленная вниз. Запишем второй закон Ньютона:

$$ma_1 = F_A - F_T - ka_1 \Rightarrow \rho_{\text{пр}} Va_1 = \rho_{\text{в}} Vg - \rho_{\text{пр}} Vg - ka_1 \Rightarrow \rho_{\text{пр}} a_1 = \rho_{\text{в}} g - \rho_{\text{пр}} g - \frac{ka_1}{V},$$

где V — объём шарика. Отсюда, подставив числовые данные, найдём значение величины k/V :

$$\frac{k}{V} = \frac{(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{пр}})g}{a_1} - \rho_{\text{пр}} = \frac{800 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2}{11,2 \text{ м/с}^2} - 200 \text{ кг/м}^3 = 500 \text{ кг/м}^3.$$

Во втором случае сила сопротивления, действующая на опускающийся шарик (ускорение a_2 направлено вниз), направлена вверх:

$$\begin{aligned} -ma_2 = F_A - F_T + ka_2 &\Rightarrow -\rho_{\text{ал}} Va_2 = \rho_{\text{в}} Vg - \rho_{\text{ал}} Vg + ka_2 \Rightarrow \left(\rho_{\text{ал}} + \frac{k}{V} \right) a_2 = (\rho_{\text{ал}} - \rho_{\text{в}})g \\ \Rightarrow a_2 = \frac{(\rho_{\text{ал}} - \rho_{\text{в}})g}{\rho_{\text{ал}} + k/V} &= \frac{1700 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2}{2700 \text{ кг/м}^3 + 500 \text{ кг/м}^3} \approx 5,2 \text{ м/с}^2. \end{aligned}$$