

10 класс Задача 1

Гимнастический обруч катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности со скоростью v . Найдите максимальную высоту подъема его центра масс при вкатывании на шероховатую наклонную плоскость, с углом наклона α к горизонту.

Решение

По условию обруч катится без проскальзывания. Это свидетельствует об отсутствии работы силы трения. Значит, мы можем воспользоваться законом сохранения энергии. При отсутствии проскальзывания скорость каждой точки обруча складывается из скорости движения центра масс v и равной по величине скорости вращения вокруг центра масс. Таким образом, кинетическая энергия катящегося без проскальзывания обруча будет равна mv^2 . В наивысшей точке подъема она полностью перейдет в потенциальную энергию: mgh . Тогда $h = v^2/g$

10 класс Задача 2

Всем известно, что лекарство не выливается из медицинской пипетки. Однако, если в пипетку набрать горячую воду, вода начнет каплями выливаться из пипетки. Объясните явление



Решение

Рассмотрим случай, когда пипетка заполняется *холодной* водой и вынимается из стакана. Давление p_1 , оказываемое сверху на границу MN воды и воздуха (рис.1), равно:

$$p_1 = p_0 + \rho gh, \quad (1)$$

где p_0 – давление газа в верхней полости, ρ – плотность воды, h – высота столба воды, g – ускорение свободного падения.

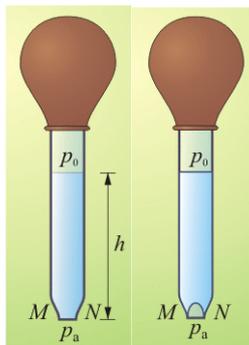


Рис 1

Рис 2

Давление p_2 , оказываемое на эту же границу снизу, складывается из атмосферного давления p_a и давления Лапласа p_L , обусловленного искривлённой поверхностью воды в кончике пипетки.

Давление p_L можно оценить по формуле

$$p_L = 2\sigma/r, \quad (2)$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения воды ($\sigma = 73$ мН/м при комнатной температуре), r – радиус отверстия в кончике пипетки ($r \sim 1$ мм). Очевидно, что давление Лапласа пренебрежимо мало по сравнению с атмосферным, и им можно пренебречь.

Так как жидкость находится в покое, то $p_1 = p_2$. Учитывая соотношение (1);, получим:

$$p_0 + \rho gh = p_a. \quad (3)$$

Отсюда видно, что вода может выливаться из пипетки (это приведёт к уменьшению h) лишь за счёт увеличения p_0 . Параметры газа в полости (температура и объём) остаются постоянными, поэтому давление p_0 не меняется, и вода не выливается.

Рассмотрим другой случай: пипетка заполняется *кипятком*.

Необходимо обратить внимание, что в верхней полости пипетки находится смесь воздуха с насыщенным водяным паром. Давление насыщенного пара существенно зависит от температуры: при комнатной температуре (20°C) оно равно приблизительно 2 кПа, а при 100°C около 101 кПа. Поэтому можно считать, что в случае, когда пипетка заполняется *очень горячей* водой, в полости будет находиться *в основном насыщенный водяной пар* (отметим, что при наполнении пипетки холодной водой, там находился в основном воздух).

Допустим, что в какой-то момент времени в системе установилось равновесие, т.е. выполняется соотношение (3);, и вода из пипетки не выливается. Через некоторое время температура воды и пара должна понизиться. Давление в полости p_0 уменьшится, и соотношение (3); нарушится:

$$p_0 + \rho gh < p_a. \quad (4)$$

Давление на поверхность MN извне станет больше, чем изнутри пипетки, и граница начнёт втягиваться внутрь (рис.2): в пипетку всасывается пузырёк воздуха.

Попадая в верхнюю полость, пузырёк доставляет туда некоторое количество газа. Давление в полости возрастает, соотношение (3); восстанавливается. Газ продолжает остывать, и его давление p_0 уменьшается. Новый пузырёк воздуха втягивается в пипетку и т.д.

Осталось обратить внимание на то, что из пипетки каждый раз вытекает *небольшое количество* воды. В чём причина?

Нужно учесть, что в пипетку втягивается *холодный* воздух. Если бы его температура не менялась, то вода бы не вытекала из пипетки. Однако, поднимаясь сквозь горячую воду, газ в пузырьке нагревается.

Для упрощения анализа можно считать, что пузырёк с воздухом *попадает* в полость *холодным*, а уже оказавшись в ней, нагревается. Это приводит к *дополнительному увеличению давления* и вытеснению из пипетки некоторого количества воды.

10 класс Задача 3

При морозе -10°C на поверхности пруда за одни сутки нарастает слой льда толщиной 11 см. Оцените, на какой глубине в средних широтах можно закапывать без дополнительной теплоизоляции металлические трубы водопровода, чтобы избежать замерзания воды?

Решение

При замерзании воды необходимо обеспечить отток скрытой теплоты плавления льда от областей кристаллизации. Чем меньше теплопроводность вещества, через которое осуществляется отток теплоты, тем медленнее будет идти кристаллизация. Сухой грунт обладает плохой теплопроводностью, однако дождливой осенью он может пропитаться водой. Поэтому, делая оценку "с запасом" предположим, что теплопроводность промерзшего грунта равна теплопроводности льда.

Далее возможны следующие рассуждения. Пусть за время Δt толщина льда прирастает на величину Δh . Тогда за это время с единицы площади замерзающей поверхности необходимо отвести количество скрытой теплоты $q \rho \Delta h$ (q – удельная теплота плавления льда, ρ – плотность воды). Сквозь толщу h уже замерзшего к этому времени льда через единицу площади поверхности в атмосферу перейдет количество тепла $\chi (T - T_{\text{пл}}) \Delta t / h$ (χ – коэффициент теплопроводности льда, T – температура воздуха). Таким образом, получаем уравнение:

$$q \rho h \Delta h = \chi (T - T_{\text{пл}}) \Delta t.$$

Отсюда, из соображений размерности, очевидно, что $h^2 \propto (T - T_{\text{пл}}) t$. Следовательно, если считать, что мороз -10°C продержится 100 суток, это приведет к возрастанию толщи льда на 110 см. А при морозе -20°C за те же 100 суток примерно 155 см. С учетом, средней температуры зимой, можно быть уверенным, что трубопровод на глубине 1,5 метра не промерзнет.

10 класс Задача 4

Карандаш опущен в неглубокую ванну с водой. Определите, на каком из рисунков карандаш опускают в воду, а на каком – поднимают. Ответ обоснуйте.

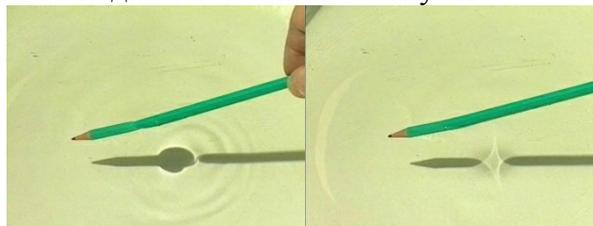


Рис 1

Рис 2

Решение

Возникновение "странных теней" связано с недостаточно хорошим смачиванием водой поверхности карандаша. Когда он входит в воду, то поверхность воды около него имеет выпуклую форму, и лучи от источника света S отклоняются от оси карандаша (рис. 1). В этом случае под карандашом образуется большое темное пятно.

Когда карандаш поднимают, поверхность воды около карандаша становится вогнутой. Световые лучи преломляются такой поверхностью и отклоняются к оси карандаша (рис.2). Под ним образуется светлое пятно.

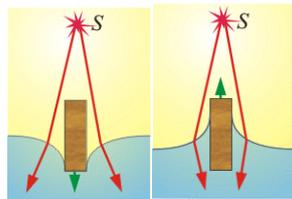
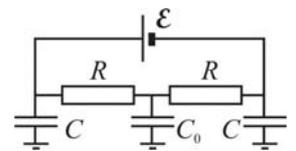


Рис 1

Рис 2

10 класс Задача 5

К точкам 1,2,3 электрической цепи присоединены первоначально не заряженные конденсаторы. Найдите заряды на этих конденсаторах. Значения всех параметров, указанных на рисунке, известны.



Решение

Если заряд первого слева конденсатора q_1 , второго q_2 , третьего q_3 , то потенциалы на их не заземленных обкладках можно записать так: $\varphi_1 = q_1/C$, $\varphi_2 = q_2/C_0$, $\varphi_3 = q_3/C$. Из второго правила Кирхгофа и закона сохранения заряда, очевидны соотношения:

$$\varphi_1 - \varphi_3 = \mathcal{E}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \mathcal{E}/2$$

$$q_1 + q_2 + q_3 = 0$$

Решая полученную систему уравнений получаем: $q_1 = -q_3 = q_2 C \mathcal{E} / 2 = 0$.