

Межрегиональные предметные олимпиады КФУ
профиль «Математика»
Заключительный этап
2021-22 учебный год

10 класс

Задание 1. Квадратный трёхчлен $x^2 + px + q$ принимает целые кратные m значения при любых целых числах x . Найдите все такие натуральные $m > 1$.

(25 баллов.)

Задание 2. Найдите все различные натуральные числа x и y , для которых справедливо равенство $x! + y = y! + x$.

(25 баллов.)

Задание 3. Последовательность целых чисел такова, что $x_0 = 0$ и $|x_n| = |x_{n-1} + 1|$ для всех натуральных n от 1 до 100. Какое наименьшее положительное значение может принимать выражение $|x_1 + x_2 + \dots + x_{99}|$?

(25 баллов.)

Задание 4. В остроугольном треугольнике ABC на стороне AC взяли точку D , H — точка пересечения высот. Прямая, проходящая через H перпендикулярно отрезку DH , пересекает его стороны AB и BC в точках E и F , причём $EH = HF$. Найдите отношение $AD : DC$.

(25 баллов.)