

Межрегиональные предметные олимпиады КФУ
профиль «Математика»
Заключительный этап
2020-21 учебный год

10 класс

1. На доске написаны числа a , b и c . Их стёрли, а взамен записали числа $a^2 + 2bc$, $b^2 + 2ca$, $c^2 + 2ab$. После этого оказалось, что на доске написаны те же числа, что и вначале (возможно, в другом порядке). Найдите все возможные значения суммы $a + b + c$.

(25 баллов.)

2. Найдите наименьшее возможное значение функции

$$f(x) = |x + 1| + |x + 2| + \dots + |x + 100|.$$

(25 баллов.)

3. Найдите все значения c , при которых для *любых* положительных a , b и $a > b$ выполнено неравенство: $a + \sqrt{b + c} > b + \sqrt{a + c}$.

(25 баллов.)

4. В треугольнике ABC сторона AC больше AB , прямая l — биссектриса внешнего угла C . Прямая, проходящая через середину AB и параллельная l , пересекает AC в точке E . Найдите CE , если $AC = 7$ и $CB = 4$. (Внешний угол треугольника — это угол, смежный с внутренним углом при данной вершине.)

(25 баллов.)