

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ 2013-2014, МАТЕМАТИКА
11 класс, 1 вариант, Интернет-тур

Ответ в каждом задании должен быть целым числом или числом, записанным в виде конечной десятичной дроби. Если ответ содержит дробное число, то при его записи используйте запятую. Все символы (знак минус, запятую, цифры) вводите без пробелов. Единицы измерений указывать не нужно.

1. (2 балла)

Сколько граммов воды надо добавить к 100 г 70%-ной уксусной эссенции, чтобы получить 5%-ный раствор уксуса?

Ответ: **1300**

2. (2 балла)

Пятый член геометрической прогрессии равен 2. Найдите произведение первых девяти членов прогрессии.

Ответ: **512**

3. (2 балла)

Решите уравнение и укажите в ответе его корень. Если уравнение имеет несколько корней, в ответе укажите сумму корней.

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 4} = -x.$$

Ответ: **-2**

4. (2 балла)

Десятичная запись натурального числа состоит из десяти 3, ста 4 и тысячи 5. Какой остаток даёт это число при делении на 9?

Ответ: **3**

5. (2 балла)

Найдите координаты точки пересечения графиков $y = (x + 6)^2$ и $y = x^2$. В ответе укажите произведение этих координат.

Ответ: **-27**

6. (2 балла)

Известно, что $3 \leq x \leq 5$ и $4 \leq y \leq 6$. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $3y - 4x$. В ответе укажите сумму этих значений.

Ответ: **-2**

7. (3 балла)

В трапеции $ABCD$ точки M и N — середины боковых сторон AB и CD соответственно. Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника CMN равна 3.

Ответ: **12**

8. (3 балла)

Сколько точек, координаты которых — натуральные числа, лежит на графике функции

$$y = \frac{500}{x} ?$$

Ответ: **12**

9. (3 балла)

Среди приведенных ниже утверждений выберите верные. В ответ запишите номера этих утверждений (в порядке возрастания, не используя пробелов, запятых и других разделителей).

Пример оформления ответа: 12345

- 1) Функция $y = \cos x \cdot \sin x$ — нечётная.
- 2) Функция $y = \cos x + \sin x$ — не периодическая.
- 3) Функция $y = (x + 2)^6 + (x - 2)^6$ — чётная.

4) Функция $y = (x + 1)^5 + (x - 1)^5$ — возрастающая.

5) Функция $y = \cos x \cdot \operatorname{tg} x$ непрерывна на всей числовой оси.

Ответ: **134**

10. (3 балла)

При каком значении параметра a уравнение имеет единственный корень? Если их несколько, в ответе укажите сумму всех найденных значений параметра a .

$$|x + a| + |x - a| = |x| + a|a|.$$

Ответ: **0**

11. (3 балла)

Найдите количество корней уравнения на указанном промежутке:

$$1 + \operatorname{tg} x = \sin x + \sin x \cdot \operatorname{tg} x, \quad x \in [0; 2\pi].$$

Ответ: **2**

12. (3 балла)

Прямая проходит через точку с координатами $(5; 0)$ и пересекает график функции $y = \sqrt{9 - x^2}$ ровно в одной точке с координатами $(a; b)$. Найдите значение $a \cdot b$.

Ответ: **4,32**

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ 2013-2014, МАТЕМАТИКА
11 класс, 2 вариант, Интернет-тур

Ответ в каждом задании должен быть целым числом или числом, записанным в виде конечной десятичной дроби. Если ответ содержит дробное число, то при его записи используйте запятую. Все символы (знак минус, запятую, цифры) вводите без пробелов. Единицы измерений указывать не нужно.

1. (2 балла)

Сколько граммов воды надо добавить к 100 г 60%-ной уксусной эссенции, чтобы получить 5%-ный раствор уксуса?

Ответ: **1100**

2. (2 балла)

Четвёртый член геометрической прогрессии равен 2. Найдите произведение первых семи членов прогрессии.

Ответ: **128**

3. (2 балла)

Решите уравнение и укажите в ответе его корень. Если уравнение имеет несколько корней, в ответе укажите сумму корней.

$$\sqrt{(1-x)^2} + \sqrt{x^2-1} = x - 1.$$

Ответ: **1**

4. (2 балла)

Десятичная запись натурального числа состоит из десяти 2, ста 4 и тысячи 6. Какой остаток даёт это число при делении на 9?

Ответ: **3**

5. (2 балла)

Найдите координаты точки пересечения графиков $y = (x + 4)^2$ и $y = x^2$. В ответе укажите произведение этих координат.

Ответ: **-8**

6. (2 балла)

Известно, что $3 \leq x \leq 5$ и $4 \leq y \leq 6$. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $3x - 4y$. В ответе укажите сумму этих значений.

Ответ: **-16**

7. (3 балла)

В трапеции $ABCD$ точки M и N — середины боковых сторон AB и CD соответственно. Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника DMN равна 6.

Ответ: **24**

8. (3 балла)

Сколько точек, координаты которых — натуральные числа, лежит на графике функции

$$y = \frac{400}{x} ?$$

Ответ: **15**

9. (3 балла)

Среди приведенных ниже утверждений выберите верные. В ответ запишите номера этих утверждений (в порядке возрастания, не используя пробелов, запятых и других разделителей).

Пример оформления ответа: 12345

1) Функция $y = \cos x + \sin x$ — нечётная.

2) Функция $y = \cos x \cdot \sin x$ — периодическая.

3) Функция $y = |x + 2| + |x - 2|$ — чётная.

4) Функция $y = (x + 2)^5 + (x - 2)^5$ — возрастающая.

5) Функция $y = \sin x \cdot \operatorname{ctg} x$ непрерывна на всей числовой оси.

Ответ: **234**

10. (3 балла)

При каком значении параметра a уравнение имеет единственный корень? Если их несколько, в ответе укажите сумму всех найденных значений параметра a .

$$|x + a| + |x - a| = |x| - a|a|.$$

Ответ: **0**

11. (3 балла)

Найдите количество корней уравнения на указанном промежутке:

$$1 + \operatorname{ctg} x = \cos x + \cos x \cdot \operatorname{ctg} x, \quad x \in [0; 2\pi].$$

Ответ: **2**

12. (3 балла)

Прямая проходит через точку с координатами $(10; 0)$ и пересекает график функции $y = \sqrt{36 - x^2}$ ровно в одной точке с координатами $(a; b)$. Найдите значение $a \cdot b$.

Ответ: **17,28**