

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ 2013-2014, МАТЕМАТИКА
10 класс, 1 вариант, Интернет-тур

Ответ в каждом задании должен быть целым числом или числом, записанным в виде конечной десятичной дроби. Если ответ содержит дробное число, то при его записи используйте запятую. Все символы (знак минус, запятую, цифры) вводите без пробелов. Единицы измерений указывать не нужно.

1. (2 балла)

Цену на товар сначала повысили на 20%, а затем понизили на 20%. В конце сезона была распродажа товара с понижением цены еще на 50%. На сколько процентов изменилась первоначальная цена?

Ответ: **52**

2. (2 балла)

Найдите координаты точки пересечения графиков $y = (x - 8)^2$ и $y = x^2$. В ответе укажите произведение этих координат.

Ответ: **64**

3. (2 балла)

Десятичная запись натурального числа состоит из десяти 1, ста 2 и тысячи 3. Какой остаток даёт это число при делении на 9?

Ответ: **6**

4. (2 балла)

Известно, что $3 \leq x \leq 5$ и $4 \leq y \leq 6$. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $2x - 3y$. В ответе укажите сумму этих значений.

Ответ: **-14**

5. (2 балла)

Среди приведенных ниже утверждений выберите верные. В ответ запишите номера этих утверждений (в порядке возрастания, не используя пробелов, запятых и других разделителей).

Пример оформления ответа: 1234

- 1) Функция $y = x + \sin x$ — нечётная.
- 2) Функция $y = x + \cos x$ — чётная.
- 3) Функция $y = \cos x + \sin x$ — не периодическая.
- 4) Функция $y = (x + 1)^5 + (x - 1)^5$ — возрастающая.

Ответ: **14**

6. (3 балла)

Найдите наименьшее натуральное число, которое начинается с цифры 5 и которое после зачеркивания этой цифры уменьшается в 41 раз.

Ответ: **5125**

7. (3 балла)

Найдите количество корней уравнения на указанном промежутке:

$$1 - \operatorname{tg} x = \sin x - \sin x \cdot \operatorname{tg} x, \quad x \in [0; 2\pi].$$

Ответ: **2**

8. (3 балла)

В трапеции $ABCD$ точки M и N — середины боковых сторон AB и CD соответственно. Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника BMN равна 2.

Ответ: **8**

9. (3 балла)

Три различных числа a , b и c образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Числа $3a + b$, $3b + c$ и $3c + a$ образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

Ответ: **4**

10. (3 балла)

Найдите наименьшее и наибольшее значение функции $f(x)$ на промежутке $[0; 2]$. В ответе укажите сумму этих значений.

$$f(x) = (x + 1)^5 + (x - 1)^5.$$

Ответ: **244**

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ 2013-2014, МАТЕМАТИКА
10 класс, 2 вариант, Интернет-тур

Ответ в каждом задании должен быть целым числом или числом, записанным в виде конечной десятичной дроби. Если ответ содержит дробное число, то при его записи используйте запятую. Все символы (знак минус, запятую, цифры) вводите без пробелов. Единицы измерений указывать не нужно.

1. (2 балла)

Цену на товар сначала повысили на 25%, а затем понизили на 25%. В конце сезона была распродажа товара с понижением цены еще на 20%. На сколько процентов изменилась первоначальная цена?

Ответ: **25**

2. (2 балла)

Найдите координаты точки пересечения графиков $y = (x + 8)^2$ и $y = x^2$. В ответе укажите произведение этих координат.

Ответ: **-64**

3. (2 балла)

Десятичная запись натурального числа состоит из десяти 4, ста 5 и тысячи 6. Какой остаток даёт это число при делении на 9?

Ответ: **6**

4. (2 балла)

Известно, что $3 \leq x \leq 5$ и $4 \leq y \leq 6$. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $2y - 3x$. В ответе укажите сумму этих значений.

Ответ: **-4**

5. (2 балла)

Среди приведенных ниже утверждений выберите верные. В ответ запишите номера этих утверждений (в порядке возрастания, не используя пробелов, запятых и других разделителей).

Пример оформления ответа: 1234

- 1) Функция $y = x - \sin x$ — нечётная.
- 2) Функция $y = x - \cos x$ — чётная.
- 3) Функция $y = \cos x - \sin x$ — не периодическая.
- 4) Функция $y = (x + 2)^5 + (x - 2)^5$ — возрастающая.

Ответ: **14**

6. (3 балла)

Найдите наименьшее натуральное число, которое начинается с цифры 6 и которое после зачеркивания этой цифры уменьшается в 49 раз.

Ответ: **6125**

7. (3 балла)

Найдите количество корней уравнения на указанном промежутке:

$$1 - \operatorname{ctg} x = \cos x - \cos x \cdot \operatorname{ctg} x, \quad x \in [0; 2\pi].$$

Ответ: **2**

8. (3 балла)

В трапеции $ABCD$ точки M и N — середины боковых сторон AB и CD соответственно. Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника DMN равна 5.

Ответ: **20**

9. (3 балла)

Три различных числа a , b и c образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Числа $5a + b$, $5b + c$ и $5c + a$ образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

Ответ: **2**

10. (3 балла)

Найдите наименьшее и наибольшее значение функции $f(x)$ на промежутке $[0; 3]$. В ответе укажите сумму этих значений.

$$f(x) = (x + 2)^5 + (x - 2)^5.$$

Ответ: **3126**