

**Межрегиональная предметная олимпиада Казанского федерального университета
по предмету «Математика», очный тур**

2012–2013 учебный год

9 класс

1. (25 б.) Можно ли выбрать параметры a , b , c так, что для всех x верно равенство $(x + a)^2 + (2x + b)^2 + (2x + c)^2 = (3x + 1)^2$?
2. (25 б.) Азат выписал подряд все числа месяца: 123456789101112... и покрасил три дня (дни рождения своих друзей), никакие два из которых не идут подряд. Оказалось, что все непокрашенные участки состоят из одинакового количества цифр. Докажите, что первое число месяца покрашено.
3. (25 б.) 20 шахматистов сыграли турнир в один круг (каждый сыграл с каждым по одной партии). Журналист в репортаже сообщил, что каждый участник выиграл столько же партий, сколько и свел вничью. Докажите, что журналист ошибся.
4. (25 б.) В треугольнике ABC стороны $CB = a$, $CA = b$. Биссектриса угла ACB пересекает сторону AB в точке K , а описанную вокруг треугольника окружность – в точке M . Окружность, описанная около треугольника AMK , вторично пересекает прямую AC в точке P . Найдите длину отрезка AP .