

9 КЛАСС

1. Даны три положительных числа, произведение любых двух из них больше третьего на одно и то же число a . Докажите, что $a \geq -1/4$.

2. В школе учатся 210 учеников 9-го класса. В кабинете математики имеется 6 разных книг по алгебре и 5 разных книг по геометрии. Каждого ученика попросили выбрать 6 наименований книг: три — по алгебре и три — по геометрии. Докажите, что найдутся по крайней мере два ученика, у которых списки выбранных книг совпадают.

3. На сторонах AB и BC треугольника ABC во внешнюю сторону построены квадраты $BAMN$ и $BCKL$ с общей вершиной B . Докажите, что отрезок NL , соединяющий концы сторон квадратов, исходящих из B , в два раза длиннее медианы треугольника, исходящей из той же вершины B .

4. Вычислите сумму: $\left[\frac{1}{3} \right] + \left[\frac{2}{3} \right] + \left[\frac{2^2}{3} \right] + \dots + \left[\frac{2^{1000}}{3} \right]$. (Здесь $[x]$ — целая часть числа x , то есть наибольшее целое, не превосходящее x .)