Решения задач по физике
открытой межвузовской олимпиады школьников СФО «Будущее Сибири»
II (заключительный) этап, 2017–2018 учебный год

Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

Физика 8 класс

1. Из кубического сосуда, доверху заполненного льдом, выпилили и вынули кубический кусочек льда со стороной в 2 раза меньшей стороны сосуда. В образовавшуюся полость начали медленно наливать воду с начальной температурой $T_в = 15$ °C, которая замерзала по мере налива. В результате сосуд снова полностью заполнился льдом, установившаяся температура которого оказалась равной $T_л = -20$ °C. Найдите начальную температуру льда. Удельная теплоёмкость льда $c_л = 2100$ Дж/(кг·град), удельная теплоёмкость воды $c_в = 4200$ Дж/(кг·град), удельная теплота плавления льда $\lambda = 336000$ Дж/кг. Сосуд теплоизолирован, теплоемкостью его стенок, а также теплообменом с окружающей средой можно пренебречь.

Решение.

Пусть M — начальная масса льда в сосуде. Объём кусочка льда, вынутого из сосуда, составляет $1/2^3 = 1/8$ часть объёма сосуда, а его масса равна $M/8$. Следовательно, масса воды $m_в$, которую нужно добавить в сосуд, и масса оставшегося льда $m_л$ равны

$$m_в = \frac{1}{8}M, \quad m_л = \frac{7}{8}M . \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

В процессе добавления воды тепло, выделившееся при охлаждении воды до 0 °C, затем при её замерзании и далее при остывании до конечной температуры $T_л$, идёт на нагрев льда массой $m_л$ от искомой начальной температуры T_0 до конечной $T_л$. Соответствующее уравнение теплового баланса можно записать в виде:

$$m_л c_л \left(T_л - T_0\right) = m_в c_в \left(T_в - 0\right) + m_в \lambda + m_в c_л \left(0 - T_л\right). \qquad \textbf{(6 б.)}$$

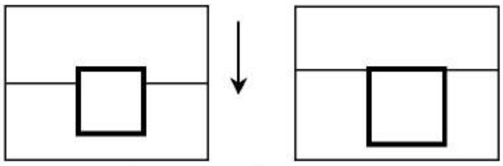
Подставив сюда выражения (1) и (2), найдём T_0:

$$T_0 = T_л - \frac{1}{7}\left(\frac{c_в T_в + \lambda - c_л T_л}{c_л}\right)$$

и, подставив численные значения, получим

ответ: $T_0 = -50$ °C. **(2 б.)**

2. В сосуде с жидкостью плавает тело в форме куба, так что 1/6 часть его объёма находится над поверхностью жидкости. Сосуд с жидкостью и телом нагрели до некоторой температуры. За счёт теплового расширения (не одинакового для тела и жидкости) объём тела, сохранившего форму куба, увеличился в x раз, а общий объём жидкости — в $k \cdot x$ раз. Найти k, если известно, что после нагрева тело плавает в жидкости, погрузившись полностью.



Решение.

При тепловом расширении объём тела увеличивается при неизменной массе. Значит, плотность тела уменьшается пропорционально увеличению объёма:

$$\frac{\rho'_т}{\rho_т} = \frac{1}{x}, \quad \frac{\rho'_ж}{\rho_ж} = \frac{1}{kx}, \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

где $\rho_т$ и $\rho_ж$ — плотности плавающего тела и жидкости до нагрева, а $\rho'_т$ и $\rho'_ж$ — эти же величины после нагрева. Пусть до нагрева тело имело объём V. Тогда, по условию, объём тела, выступающей над поверхностью воды, равен $\frac{1}{6}V$, а объём погруженной части, соответственно, $\frac{5}{6}V$. В равновесии сила тяжести $\rho_т Vg$, действующая на тело, уравновешивается силой Архимеда $\rho_ж \frac{5}{6}Vg$. Приравняв эти силы и сократив на Vg, получим:

$$\rho_т = \frac{5}{6}\rho_ж. \qquad (2) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

После нагрева тело плавает, погрузившись полностью, и аналогичные рассуждения приведут, очевидно, к равенству

$$\rho'_т = \rho'_ж. \qquad (3) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

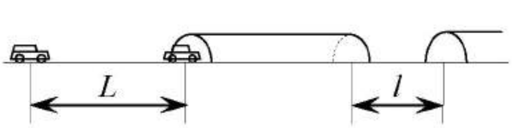
Разделив (3) на (2) и подставив выражения для отношения плотностей из (1), получим:

$$\frac{1}{x} = \frac{6}{5}\frac{1}{kx},$$

откуда найдём

ответ: $k = \frac{6}{5}$. **(2 б.)**

3. На прямолинейной дороге на расстоянии $l = 3$ км друг от друга (см. рис.) расположены два тоннеля, длина которых превышает l. Скорости машин на открытых участках равны $v = 60$ км/ч, а в тоннеле $u = 40$ км/ч. В начальный момент времени одна из машин начинает въезжать в первый тоннель, а вторая движется на $L = 6$ км позади неё. Каким будет расстояние между машинами в момент, когда сзади идущая машина начнёт выезжать из первого тоннеля?



Решение.

Поскольку одинаковые участки пути машины проходят с одинаковыми скоростями, то временное запаздывание сзади идущей машины — то есть время, за которое эта машина доедет до точки, где в настоящий момент находится впереди идущая машина — должно быть одинаковым во все моменты движения. В начальный момент это время, очевидно, равно

$$\Delta t = \frac{L}{v}. \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Пусть в момент выезда сзади идущей машины из первого тоннеля впереди идущая машина находится во втором тоннеле на искомом расстоянии x от первой. В этот момент временное запаздывание складывается из времени проезда промежутка l между перекрёстками со скоростью v и прохождения пути $(x - l)$ внутри тоннеля со скоростью u:

$$\Delta t = \frac{l}{v} + \frac{x-l}{u}. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Подставив сюда Δt из (1) и выразив x, найдём:

$$x = l + \frac{u}{v}(L-l). \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив численные значения величин, получим

ответ: $x = 5\,\text{км}.$ **(2 б.)**

Замечание: из ответа следует, что расстояние впереди идущей машины от начала второго тоннеля $x - l = 2$ км меньше $l = 3$ км, а значит, меньше длины тоннеля, которая, по условию, больше l, то есть машина находится внутри тоннеля. Иными словами, предположение о том, что в момент выезда сзади идущей машины из первого тоннеля впереди идущая машина находится во втором тоннеле, верно.

2 способ

До тех пор, пока сзади идущая машина не въедет в тоннель, т.е. в течение времени L/v, она будет двигаться быстрее впереди идущей на $(v - u)$. К моменту времени, когда обе машины окажутся в первом тоннеле, расстояние между ними сократится на $L(v - u)/v$ станет равным:

$$x' = L - L\frac{v-u}{v}. \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

После этого машины некоторое время движутся в тоннеле с одинаковыми скоростями, и расстояние между ними не меняется. Когда впереди идущая машина выедет из тоннеля, она будет двигаться быстрее сзади идущей на $(v - u)$ до тех пор, пока опять не заедет в тоннель, т.е. в течение времени l/v. К этому моменту расстояние между машинами увеличится на $l(v - u)/v$ и станет равным:

$$x = x' + l\frac{v-u}{v}. \qquad (2) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Наконец, до тех пор, пока сзади идущая машина не выедет из тоннеля, обе машины движутся с одинаковыми скоростями: сзади идущая в первом тоннеле, впереди идущая — во втором, поэтому расстояние между ними не меняется.

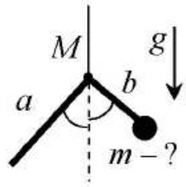
Подставив x' из (1) в (2), найдём искомое расстояние между машинами:

$$x = l + \frac{u}{v}(L - l). \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив численные значения величин, получим

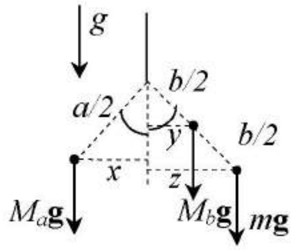
ответ: $x = 5\,\text{км}$. **(2 б.)**

4. Однородная проволока массы M согнута под прямым углом в некоторой точке, разбивающей её на два неравных отрезка с длинами a и b ($a > b$). Проволоку подвесили за точку сгиба. Найти массу m точечного тела, которое нужно прикрепить к концу отрезка b, чтобы в равновесии отрезки отлонялись от вертикали на одинаковый угол.



Решение.

Массы отрезков проволоки с длинами a и b равны, соответственно,



$$M_a = \frac{a}{a+b}M \quad \text{и} \quad M_b = \frac{b}{a+b}M \qquad (1)$$ **(2 б.)**

Силы тяжести этих отрезков можно считать приложенными к их серединам. С учётом также силы тяжести, действующей на тело массы m, условие равновесия рычага запишется в виде:

$$M_a g x = M_b g y + mgz\,, \qquad (2)$$ **(2 б.)**

где x, y и z — плечи соответствующих сил (см. рис.). Отрезки x, y и z перпендикулярны силам тяжести, то есть перпендикулярны вертикальной оси. Они являются катетами трёх прямоугольных треугольников с общей вершиной. Поскольку, по условию, углы треугольников при этой вершине равны, эти треугольники подобны. Следовательно, справедлива пропорция:

$$x : y : z = \frac{a}{2} : \frac{b}{2} : b\,,$$

где в левой части записаны катеты, а в правой — гипотенузы подобных треугольников. Воспользовавшись этой пропорцией, заменим в (2) x, y и z на $a/2$, $b/2$ и b, а также сократим на g и подставим M_a и M_b из (1). В результате получим:

$$\frac{a}{a+b}M\frac{a}{2} = \frac{b}{a+b}M\frac{b}{2} + mb\,.$$ **(4 б.)**

Выразив отсюда m, получим

ответ: $m = \dfrac{a-b}{2b}M\,.$ **(2 б.)**