Решения задач по физике
открытой межвузовской олимпиады школьников СФО «Будущее Сибири»
II (заключительный) этап, 2016–2017 учебный год

Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

Физика 8 класс,

1. Велосипедист, двигаясь вдоль проспекта, заметил, что трамваи, движущиеся ему навстречу, встречаются вдвое чаще, чем обгоняющие его попутные трамваи. Автомобилист, двигаясь по тому же проспекту, также заметил, что встречные трамваи он видит вдвое чаще попутных, которые он периодически обгоняет. Считая скорости велосипеда, автомобиля и трамваев постоянными, а интервалы движения трамваев в обе стороны одинаковыми, определите, во сколько раз автомобиль двигается быстрее велосипеда.

Решение.

Пусть $v_в$, $v_т$, $v_а$— скорости велосипедиста, трамвая и автомобилиста, соответственно. Из условия очевидно, что $v_в < v_т < v_а$. Относительная скорость сближения велосипедиста и автомобилиста со встречными трамваями равна сумме соответствующих скоростей, а с попутными — разности. Условие того, что при одинаковых интервалах движения встречные трамваи встречаются велосипедисту и автомобилисту вдвое чаще попутных, означает, что соответствующие относительные скорости отличаются в 2 раза:

$$\frac{v_т + v_в}{v_т - v_в} = 2, \qquad (1) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

$$\frac{v_а + v_т}{v_а - v_т} = 2. \qquad (2) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Из (1) и (2) найдём уравнения: $v_т/v_в = 3$, $v_а/v_т = 3$. Перемножив эти уравнения, получим

ответ: $v_а/v_в = 9$. **(2 б.)**

2. Маленький переносной холодильник представляет собой закрытую сумку, стенки которой сделаны из материала с низкой теплопроводностью, с помещённым в неё пакетом со льдом. Температура в холодильнике поднялась до 4°С через 14 часов после того, как лёд начал таять. Через какое время температура в холодильнике поднялась бы до этого значения, если бы изначально почти весь лёд был растаявшим? Теплоёмкость воды — 4,2 кДж/кг·К, теплота плавления льда — 336 кДж/кг. Теплоёмкостью сумки и пакета пренебречь. Мощность поступления тепла внутрь холодильника считать одинаковой и постоянной в этом температурном диапазоне. (Полученный результат даёт представление о соотношении длительностей работы холодильников, использующих фазовый переход и теплоёмкость.)

Решение.

Когда лёд начал таять, температура в холодильнике равнялась температуре плавления льда $T_0 = 0°\text{C}$ и оставалась такой, пока весь лёд не растаял. Таким образом, в обоих рассматриваемых в задаче случаях температура в холодильнике вначале равнялась T_0. **(2 б.)**

Пусть t_1, t_2 — время работы холодильника в первом и во втором случае, соответственно. Всё тепло, поступившее внутрь холодильника в течение времени t_1 в первом случае, пошло на плавление льда и на нагрев воды:

$$Pt_1 = \lambda m + cm(T - T_0), \qquad (1)$$ **(2 б.)**

где P — мощность поступления тепла внутрь холодильника, m — масса льда в пакете, λ — теплота плавления льда, c — теплоёмкость воды, T — конечная температура в холодильнике.

Тепло, поступившее внутрь холодильника в течение времени t_2 во втором случае, пошло лишь на нагрев воды (т.к. весь лёд уже расплавился):

$$Pt_2 = cm(T - T_0). \qquad (2)$$ **(2 б.)**

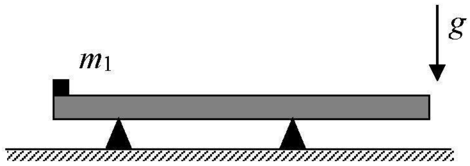
Разделив (2) на (1) и выразив t_2, найдём:

$$t_2 = \frac{c(T - T_0)}{\lambda + c(T - T_0)} t_1.$$ **(2 б.)**

Подставив численные значения, получим

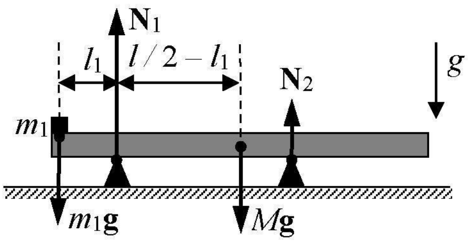
ответ: $t_2 = 40$ мин. **(2 б.)**

3. Однородная доска устойчиво покоится на двух опорах, расстояние между которыми равно половине длины доски. Сначала определяют минимальную массу маленького груза m_1, который нужно положить на один край доски, чтобы нарушилось равновесие. Затем груз m_1 убирают и аналогично определяют минимальную массу маленького груза m_2, который нужно положить на другой край доски, чтобы нарушилось равновесие. Определите массу доски, считая величины m_1 и m_2 известными.



Решение.

Рассмотрим равновесие доски с грузом m_1, лежащим слева. Доска опирается на две опоры, при этом вес доски с грузом перераспределяется между опорами, то есть сумма сил реакции опор N_1 и N_2 в точности уравновешивает силу тяжести, а сумма моментов сил равна нулю. Запишем равенство моментов сил относительно левой опоры:



$$m_1 g l_1 = Mg\left(\frac{l}{2}-l_1\right) - N_2\frac{l}{2},$$

где l_1 — расстояние от левого края доски до левой опоры, M — масса доски, l — длина доски, g — ускорение свободного падения. Здесь мы учли, что сила тяжести $M\mathbf{g}$ приложена к центру тяжести доски, который располагается посередине.

Поскольку N_2 не может быть отрицательной, максимальное значение m_1, при котором достижимо равновесие (или минимальное, при котором равновесие нарушается), определяется уравнением

$$m_1 l_1 = M\left(\frac{l}{2}-l_1\right). \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Аналогичные рассуждения для случая, когда груз массы m_2 находится на правом краю доски, приводят к выражению:

$$m_2 l_2 = M\left(\frac{l}{2}-l_2\right), \qquad (2) \qquad \textbf{(3б.)}$$

где l_2 — расстояние от правого края доски до правой опоры. Поскольку $l = l_1 + l/2 + l_2$,

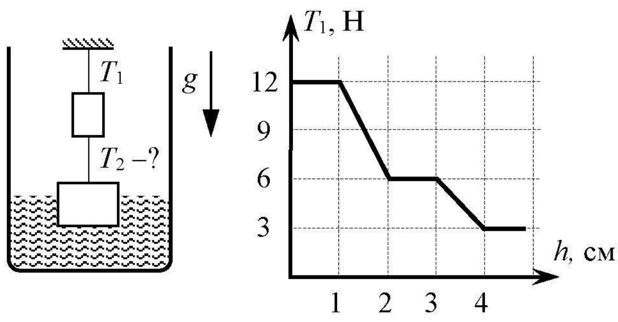
$$\frac{l}{2}-l_1 = l_2; \quad \frac{l}{2}-l_2 = l_1. \qquad \textbf{(2 б.)*}$$

Заменив в соответствии с этими равенствами скобки в (1) и (2), и перемножив получившиеся равенства, найдём:

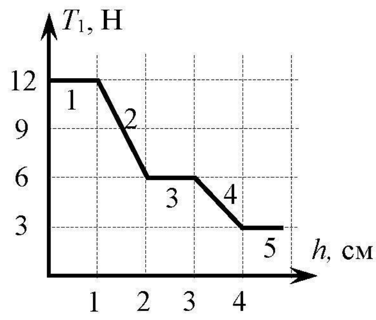
$$\textbf{ответ: } M = \sqrt{m_1 m_2}\,. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

* *Примечание:* любые правильные рассуждения, связывающие плечи сил, оцениваются в 2 б.

4. Внутри высокого вертикального сосуда к неподвижной точке подвешены на нитях два груза одинаковой плотности, имеющих форму прямоугольных параллелепипедов (см. рисунок). Сосуд медленно наполняют жидкостью и измеряют зависимость силы натяжения T_1 верхней нити от уровня жидкости h в сосуде. График этой зависимости представлен на рисунке. Определите силу натяжения T_2 нижней нити в момент, когда вода скроет нижний груз.



Решение.



Сила натяжения T_1 не меняется, если не меняются архимедовы силы, действующие на грузы. Поэтому, горизонтальные участки 1, 3, 5 на графике отвечают случаям, когда уровень жидкости находится ниже нижнего груза, между верхним и нижним, и выше верхнего, соответственно. Наклонные участки 2 и 4 соответствуют частичному погружению нижнего и верхнего грузов. **(1 б.)**

На участке 1 сила натяжения нити $T_1 = 12$ Н равна сумме весов верхнего P_1 и нижнего P_2 грузов:

$$12\ \text{Н} = P_1 + P_2 . \qquad (1) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

На участке 3 сила натяжения нити $T_1 = 6$ Нравна сумме P_1 и P_2 за вычетом силы Архимеда F_{A2}, действующей на нижний груз:

$$6\ \text{Н} = P_1 + P_2 - F_{A2} . \qquad (2) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

На участке 5 сила натяжения нити $T_1 = 3$ Н равна сумме P_1 и P_2 за вычетом сил Архимеда F_{A2} и F_{A1}, действующих на нижний и верхний груз:

$$3\ \text{Н} = P_1 + P_2 - F_{A2} - F_{A1} . \qquad (3) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Вычтя (2) из (1), получим

$$F_{A2} = 6\ \text{Н}.$$

А вычтя (3) из (2), получим

$$F_{A1} = 3\ \text{Н}.$$

На 3-м участке графика нижний груз полностью погружен в воду и искомая сила натяжения T_2нижней нити равна разности сил тяжести и Архимеда, действующих на груз:

$$T_2 = P_2 - F_{A2} . \qquad (4) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Чтобы найти P_2, заметим, что, так как грузы выполнены из одинакового материала, отношение P_2/P_1 равно отношению их объёмов, а, следовательно, сил Архимеда:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{F_{A2}}{F_{A1}} = 2 . \qquad (5) \qquad \textbf{(2 б.)*}$$

Из (1) и (5) найдём

$$P_2 = 8 \text{ Н}.$$

Подставив найденные значения P_2 и F_{A2} в (4), получим

ответ: $T_2 = 2 \text{ Н}$. **(2 б.)**

**Примечание:* это соотношение можно также получить, сравнивая наклоны кривой на участках 2 и 4 графика. Для этого заметим, что уровень воды на этих участках изменяется одинаково — на 1 см, следовательно, высота обоих грузов одинакова. По мере погружения груза в воду, увеличивается выталкивающая сила Архимеда, и, следовательно, уменьшается сила натяжения нити T_1.При погружении груза на Δh в воду, сила Архимеда увеличивается, а сила натяжения нити уменьшается на $\rho_0 g S \Delta h$, где ρ_0 — плотность воды, g — ускорение свободного падения, S — площадь сечения груза. Учитывая, что наклон 4-го участка вдвое больше наклона 2-го участка, можно заключить, что площадь сечения нижнего груза вдвое больше площади сечения верхнего. Учитывая, что высота грузов одинакова, а площади сечения отличаются вдвое, их объёмы, а следовательно, и силы Архимеда так же отличаются вдвое.