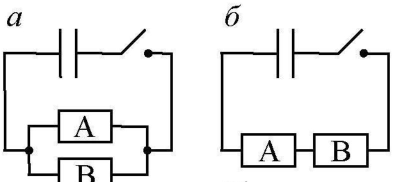
## Физика 11 класс

1. Электрическая цепь состоит из конденсатора, ключа и двух сопротивлений А и В, соединённых параллельно (рис. а). В начале эксперимента конденсатор был заряжен, а ключ разомкнут. После того как ключ замкнули на некоторое время, оказалось, что количество теплоты, выделившееся на сопротивлении А, в $k$ раз больше, чем количество теплоты, выделившееся на сопротивлении В. Найдите отношение $Q'_A/Q'_B$ между количествами теплоты, выделившимися на тех же резисторах, когда их соединили последовательно (рис. б) и повторили тот же эксперимент.




$\dfrac{Q_A}{Q_B} = k$ $\qquad$ $\dfrac{Q'_A}{Q'_B} - ?$

**Решение.**

Отношение количеств теплоты, выделившихся на резисторах за одинаковое время, равно отношению мощностей (если это отношение не зависит от времени, что, как мы увидим ниже, справедливо):

$$k = \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{P_A}{P_B}; \quad k' = \frac{Q'_A}{Q'_B} = \frac{P'_A}{P'_B}. \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

При параллельном соединении напряжения $U$ на обоих резисторах одинаковы, поэтому

$$P_{A,B} = \frac{U^2}{R_{A,B}} \quad \left(\propto \frac{1}{R_{A,B}}\right), \qquad \textbf{(1 б.)}$$

где $R_A$, $R_B$ — сопротивления резисторов (знак «$\propto$» обозначает пропорциональность). Подставив эти выражения в (1), получим:

$$k = \frac{R_B}{R_A}. \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Как видим, это отношение не зависит от времени. При последовательном соединении ток $I$ через резисторы одинаков, поэтому

$$P'_{A,B} = I^2 R_{A,B} \quad \left(\propto R_{A,B}\right). \qquad \textbf{(1 б.)}$$

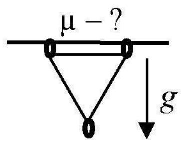
Подставив эти выражения в (1), получим:

$$k' = \frac{R_A}{R_B}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

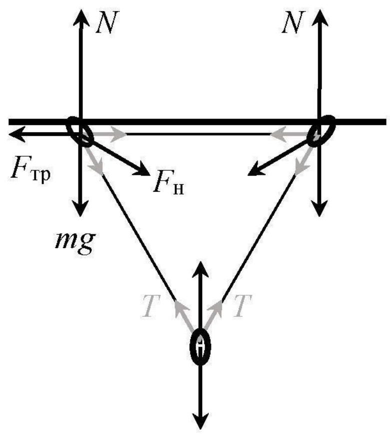
Сравнив это выражение с (2), получим

$$\textbf{ответ: } k' = \frac{Q'_A}{Q'_B} = \frac{1}{k}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

2. Три одинаковых кольца надеты на гладкую нить, замкнутую в петлю. Через два кольца продета жесткая горизонтальная закреплённая спица. Система находится в поле тяжести, а кольца расположены в вершинах равностороннего треугольника, лежащего в вертикальной плоскости. Трения между нитью и кольцами нет. Найти минимальный коэффициент трения между спицей и кольцами, при котором кольца останутся в покое.




**Решение.**




Пусть система находится в равновесии. При однородном натяжении $T$ нити на каждое кольцо действует со стороны нити одинаковая по величине сила $\mathbf{F_н}$, направленная к центру треугольника (эта сила равна геометрической сумме сил натяжения, направленных вдоль двух смежных сторон треугольника). На нижнее кольцо действует также сила тяжести $m\mathbf{g}$, направленная вниз. Поскольку кольцо находится в равновесии, эти силы уравновешивают друг друга:

$$F_н = mg. \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

На каждое из верхних колец помимо силы со стороны нити и силы тяжести действуют также силы со стороны спицы — сила реакции $\mathbf{N}$, направленная вверх, и сила трения $\mathbf{F_{тр}}$, направленная горизонтально вдоль спицы. Запишем равенство внешних сил, действующих на систему из нити и трёх колец, в проекции на вертикальную ось (внутренние силы натяжения можно при этом не учитывать):

$$2N = 3mg. \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Запишем также равенство сил, действующих на одно из верхних колец, в проекции на горизонтальную ось:

$$F_{тр} = F_н \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} F_н. \qquad (3) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Сила трения не может превышать своего максимального значения, равного $\mu N$:

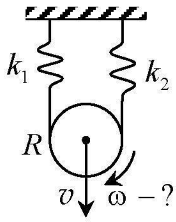
$$F_{тр} < \mu N. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив сюда $F_{тр}$ из (3), $N$, выраженное из (2), а затем $F_н$ из (1), найдём:

$$\mu > \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

**Ответ:** минимальное значение коэффициента трения равно $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **(2 б.)**

3. Лёгкий шероховатый блок радиуса $R$ подвешен на ремне, прикреплённом к потолку двумя вертикальными пружинами с жёсткостями $k_1$ и $k_2$ ($k_1 > k_2$). Ось блока тянут вниз со скоростью $v$. С какой угловой скоростью вращается блок вокруг своей оси? Проскальзывания между блоком и ремнём нет, трения в оси блока нет.




**Решение.**

Поскольку блок лёгкий и вращается с конечной угловой скоростью, можно считать, что суммарный момент сил, действующих на него, равен нулю. Запишем равенство моментов сил относительно оси блока (момент силы, действующей вниз на ось, при этом равен нулю):

$$k_1 x_1 = k_2 x_2, \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где $x_1$ и $x_2$ — удлинения первой и второй пружины соответственно. Поскольку это равенство справедливо во все моменты времени движения блока, аналогичному уравнению должны удовлетворять и скорости концов пружин ($v_1$ и $v_2$, соответственно):

$$k_1 v_1 = k_2 v_2. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Так как ремень нерастяжимый, эти скорости совпадают со скоростями соответствующих точек на ободе блока (расположенных на противоположных концах горизонтального диаметра). Эти точки, в свою очередь, участвуют в двух движениях: поступательном со скоростью $v$ вниз и вращательном со скоростью $\omega R$ ($\omega$ — искомая угловая скорость), направленной вверх слева со стороны первой пружины и вниз справа со стороны второй пружины:

$$v_1 = v - \omega R, \qquad \textbf{(2 б.)}$$

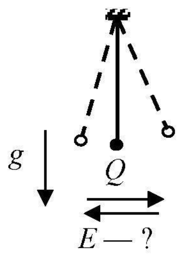
$$v_2 = v + \omega R. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив эти выражения для $v_1$ и $v_2$ в предыдущее уравнение, найдём

$$\textbf{ответ: } \omega = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\frac{v}{R}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Отметим, что в некоторых предельных случаях из этого выражения следуют заранее очевидные результаты: $\omega = 0$ при $k_1 = k_2$ или при $v = 0$; $\omega = v/R$ при $k_1 \gg k_2$; $\omega = -v/R$ при $k_2 \gg k_1$.

4. Маятник, состоящий из лёгкой нерастяжимой нити и шарика массой $m = 0{,}1$ кг с зарядом $Q = 10^{-9}$ Кл, находился в состоянии равновесия. После того, как включили однородное горизонтальное электрическое поле неизвестной величины, шарик пришёл в движение. В момент его наибольшего отклонения вправо полярность поля изменили на противоположную. При наибольшем отклонении маятника влево полярность изменили ещё раз, и далее процедуру изменения полярности поля повторяли при всяком наибольшем отклонении маятника. Амплитуда его колебаний всякий раз возрастала. После включения поля и 9 его переключений, маятник стал колебаться так, что максимальный угол его отклонения от вертикали стал равным 30°. Определите величину напряжённости электрического поля. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с$^2$.




**Решение.**

В процессе движения на шарик действуют: сила тяжести $mg$, направленная вниз, сила со стороны электрического поля $QE$, направленная горизонтально, и сила натяжения нити, направленная вдоль нити. Равновесное положение маятника при включенном электрическом поле соответствует углу отклонения α от вертикали, который можно найти из уравнения равновесия в проекции на ось, перпендикулярную нити:

$$mg\sin\alpha = QE\cos\alpha,$$

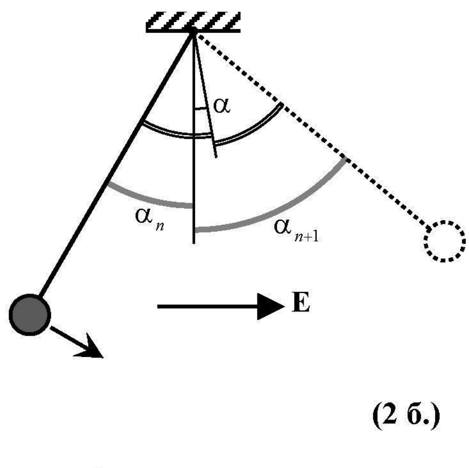
или

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{QE}{mg}. \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

При изменении полярности электрического поля угол α также меняет знак. После включения поля начальное положение маятника соответствует нулевому углу отклонения от вертикали, положение равновесия — углу α. Значит, амплитуда колебаний (максимальный угол отклонения от положения равновесия) равна α, а максимальное отклонение от вертикали

$$\alpha_0 = 2\alpha. \qquad (2) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

В момент максимального отклонения поле переключают. Пусть после $n$-го переключения максимальное отклонение равно $\alpha_n$. Тогда амплитуда колебаний равна $|\alpha_n| - \alpha$ (здесь $\alpha>0$), а после ($n$+1)-го переключения поля становится равной $|\alpha_n| + \alpha$, так как равновесный угол отклонения меняет знак (см. рис., где показано положение маятника сразу после ($n$+1)-го переключения поля). Значит, максимальный угол отклонения станет равным $\alpha + (|\alpha_n| + \alpha) = |\alpha_n| + 2\alpha$. Таким образом,




$$|\alpha_{n+1}| = |\alpha_n| + 2\alpha. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Из этой рекуррентной формулы следует, что после 9-ти переключений поля

$$|\alpha_9| = |\alpha_0| + 9\cdot 2\alpha = 20\alpha.$$

По условию, этот угол равен 30°=π/6. Значит,

$$\alpha = \frac{1}{20}\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{120}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Для таких малых углов при подстановке численных значений с заданной в условии точностью можно считать tg α = α. Подставив полученное значение α в (1) и заменив tg α на α, найдём

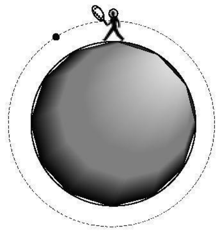
$$E = \frac{mg}{Q} \operatorname{tg} \frac{\pi}{120} \approx \frac{\pi}{120} \frac{mg}{Q}, \qquad \textbf{(1 б.)}$$

и после подстановки численных значений получим

**ответ:** $E = 2,6 \cdot 10^7 \text{ В/м}$. **(2 б.)**

5. Космонавт на малой планете играет сам с собой в теннис. Он бьёт ракеткой по мячу, направляя его над поверхностью планеты, и отбивает его, когда мяч, обогнув планету, прилетает с другой стороны. Оцените, при каком максимальном радиусе планеты это возможно.

*Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.*



**Решение.**

Ускорение свободного падения $g$ на поверхности планеты определяется её радиусом $R$ и массой $M$:

$$g = \gamma \frac{M}{R^2},$$

где $\gamma$— гравитационная постоянная. Если средняя плотность планеты равна $\rho$, то

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho .$$

Подставив это в предыдущее уравнение, получим:

$$g = \frac{4}{3}\pi\gamma\rho R . \qquad (1)$$ **(3 б.)**

Отсюда следует, что для всех планет с плотностью, равной плотности Земли, ускорение свободного падения пропорционально радиусу:

$$\frac{g}{g_З} = \frac{R}{R_З},$$

где $g_З$ и $R_З$ — ускорение свободного падения на Земле и радиус Земли соответственно. Чтобы мяч двигался по круговой траектории у поверхности планеты, его скорость $v$ должна равняться первой космической, определяемой из условия равенства центростремительного ускорения $v^2/R$ ускорению свободного падения $g$:

$$g = \frac{v^2}{R} . \qquad (2)$$ **(3 б.)**

Подставив это выражение в предыдущее уравнение и выразив $R$, найдём

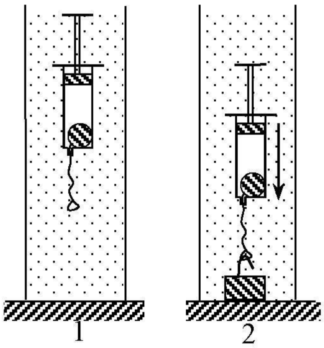
$$R = \sqrt{R_З \frac{v^2}{g_З}} .$$ **(2 б.)***

Подставив численные значения $R_З \approx 6\,400$ км, $g_З \approx 10$ м/с$^2$, $v \approx 50$ м/с, получим

**ответ:** $R \approx 40$ км . **(2 б.)**

*****Примечание:* Вместо этой формулы можно оценить плотность планеты $\rho$ и выразить радиус планеты $R = \dfrac{v}{\sqrt{\dfrac{4\pi}{3}\gamma\rho}}$ из (1) и (2).

6. *Задача-демонстрация (демонстрируется видеоролик).* К грузу, находящемуся внутри шприца, привязана нить, пропущенная через открытый кончик шприца. Эту конструкцию опускают в сосуд с водой и медленно доливают воду. По мере наполнения сосуда водой шприц всё время поднимается (эксперимент 1). Если же к нижнему концу нити прикрепить дополнительный груз (эксперимент 2), то поведение шприца меняется: шприц вначале поднимается, затем перестаёт подниматься, а затем опускается на дно (при этом дополнительный груз всё время покоится на дне). Объясните наблюдаемое явление.




**Решение**

Конструкция, состоящая из шприца и груза внутри, оказалась легче воды, т. е. её масса меньше, чем масса вытесняемой ею воды. Поэтому в первом эксперименте шприц всплывает к поверхности воды и тем самым поднимается при доливании воды в сосуд. (При этом шприц в течение всего эксперимента находится в одних и тех же условиях — давление воды в области отверстия внизу шприца постоянно.) **(1 б.)**

В начале второго эксперимента шприц также плавает у поверхности воды, а нить не натянута. Таким образом, шприц находится в тех же условиях, что и в первом эксперименте, и так же движется вверх вместе с уровнем воды при её добавлении. **(1 б.)**

При дальнейшем добавлении воды нить натягивается, и шприц удерживается тяжёлым нижним грузом на постоянной высоте. **(1 б.)**

Однако при этом уровень воды над шприцем, а вместе с ним и давление воды вблизи отверстия внизу шприца увеличивается по мере добавления воды. Поэтому увеличивается и давление воздуха внутри шприца, а следовательно, объём, занимаемый воздухом, уменьшается (вода проникает внутрь шприца). **(4 б.)**

Таким образом, количество вытесняемой шприцем воды уменьшается, а значит, уменьшается и сила Архимеда, действующая на шприц. При некотором уровне воды сила Архимеда становится меньше силы тяжести, действующей на шприц с грузом внутри, и шприц тонет.

**(3 б.)** *

(Заметим, что в процессе опускания шприца на дно давление воды вблизи его отверстия возрастает с глубиной, соответственно сила Архимеда уменьшается. Поэтому с глубиной увеличивается результирующая сила, действующая на шприц и направленная вниз, и в результате шприц довольно быстро опускается на дно.)

* *Примечание:* можно рассуждать и иначе, рассматривая силы, действующие на систему, состоящую из шприца и всего, что находится внутри него: груза, воздуха и воды, проникшей внутрь шприца через отверстие. При таком способе рассуждения сила Архимеда определяется объёмом шприца и остаётся постоянной, а сила тяжести увеличивается, так как возрастает количество воды внутри шприца. Такие рассуждения также оцениваются в 3 балла.