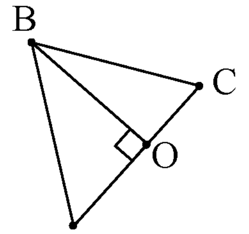
Физика 9 класс

1. Деревня А одинаково удалена от деревни В и от железнодорожной станции С. Из пункта А в сторону станции в момент времени $t_1 = 10$ часов вышел точно знающий дорогу местный житель. В $t_2 = 12$ часов из пункта В на станцию отправился дачник. В $t_3 = 13$ часов они встретились в лесу, двигаясь перед встречей в перпендикулярных направлениях. После встречи дачник последовал за местным жителем, и в $t_4 = 15$ часов они пришли в пункт назначения. Во сколько раз дачник шел быстрее местного жителя до встречи с ним? Местный житель всё время двигался прямолинейно с постоянной скоростью, дачник до встречи с местным жителем двигался прямолинейно с постоянной скоростью.

Решение.



Так как к месту встречи (точка О) местный житель и дачник шли, двигаясь в перпендикулярных направлениях, то точка О и деревни А и В расположены в вершинах прямоугольного треугольника, с гипотенузой АВ, и катетами АО и ВО. Пусть $v_ж$ и $v_д$ — скорости местного жителя (до встречи) и дачника, соответственно. Тогда

$$\mathrm{AO} = v_ж(t_3 - t_1), \qquad (1) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

$$\mathrm{BO} = v_д(t_3 - t_2), \qquad (2) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

$$\mathrm{AC} = v_ж(t_4 - t_1). \qquad (3) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

По теореме Пифагора, $\mathrm{AB}^2 = \mathrm{AO}^2 + \mathrm{BO}^2$. По условию задачи АВ = АС, поэтому

$$\mathrm{AC}^2 = \mathrm{AO}^2 + \mathrm{BO}^2. \qquad (4) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

С учетом (1) - (4) имеем

$$v_ж^2(t_4 - t_1)^2 = v_ж^2(t_3 - t_1)^2 + v_д^2(t_3 - t_2)^2$$

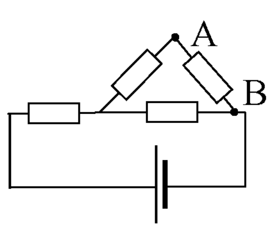
Отсюда находим отношение скоростей

$$\frac{v_д}{v_ж} = \frac{\sqrt{(t_4 - t_1)^2 - (t_3 - t_1)^2}}{t_3 - t_2}$$

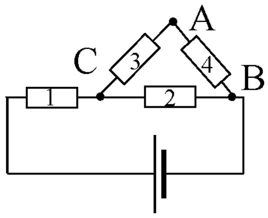
Подставив численные значения параметров, получаем

ответ: $\dfrac{v_ж}{v_д} = 4$. **(3 б.)**

2. У школьника Пети имеется набор из четырёх резисторов с сопротивлениями 2, 0, 1 и 6 Ом и идеальная батарейка. Он собрал из них электрическую схему, показанную на рисунке. Определите, где стоит какое сопротивление, если известно, что напряжение между точками А и В максимально возможное в данной схеме. В качестве ответа нарисуйте схему и проставьте на ней необходимые значения сопротивлений, ответ обоснуйте.



Решение.



Пронумеруем резисторы (см. рисунок) и обозначим их сопротивления R_1, R_2, R_3 и R_4. Обозначим ЭДС батареи $\mathcal{E}$. Ясно, что $R_2 \neq 0$, так как при этом напряжения $U_{AB} = U_{BC} = 0$. Очевидно, что должно быть $R_4 > R_3$. Допустим $R_1 = 0$ Ом. Тогда U_{AB} от R_2 не зависит и тем больше, чем больше отношение R_4/R_3, то есть когда $R_3 = 1$ Ом, а $R_4 = 6$ Ом. При этом

$$U_{AB} = \mathcal{E}\frac{R_4}{R_3 + R_4} = \frac{6}{7}\mathcal{E}. \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Если же допустить, что $R_1 \neq 0$, то $R_3 = 0$ Ом (что следует из вышеприведённых рассуждений). Тогда эквивалентное сопротивление участка BC равно

$$R_{BC} = \frac{R_4 R_2}{R_4 + R_2}, \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

а напряжение

$$U_{AB} = U_{BC} = \mathcal{E}\frac{R_{BC}}{R_1 + R_{BC}}. \qquad (3) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

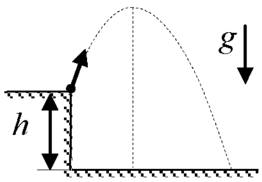
Согласно (2), $R_{BC} < 6$ Ом. Поскольку при этом мы предположили, что $R_1 \geq 1$ Ом, то из (3) следует, что $U_{AB} < \frac{6}{7}\mathcal{E}$. Таким образом наибольшее значение U_{AB} даётся уравнением (1) в предположении, что $R_1 = 0$ Ом.

Ответ: $R_1 = 0$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 1$ Ом, $R_4 = 6$ Ом. **(4 б.)**

(по 1-му баллу за правильное нахождение каждого сопротивления)

Примечание: любые логичные рассуждения, приводящие к этому ответу, оцениваются в 10 баллов.

3. С выступа высотой h бросили камень под углом к горизонту. Определите, насколько время подъёма камня до верхней точки траектории меньше, чем время падения от верхней точки до земли, если известно, что камень находился в воздухе время T. Ускорение свободного падения g. Влиянием воздуха пренебречь.



Решение.

Пусть время подъёма камня до верхней точки траектории T_1, а время падения от верхней точки до земли T_2. Запишем уравнения движения камня на этих участках

$$H - h = \frac{gT_1^2}{2}, \qquad (1) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

$$H = \frac{gT_2^2}{2}. \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

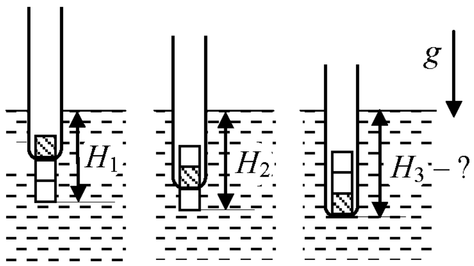
Здесь H — высота верхней точки траектории камня относительно уровня земли. Вычитая (1) из (2), получаем

$$h = \frac{g}{2}\left(T_2^2 - T_1^2\right) = \frac{g}{2}\left(T_2 - T_1\right)\left(T_2 + T_1\right).\qquad \textbf{(2 б.)}$$

Учитывая, что по условию, $T_1 + T_2 = T$, отсюда находим

ответ: $$T_2 - T_1 = \frac{2h}{gT}.\qquad \textbf{(2 б.)}$$

4. В воде плавает цилиндрическая пробирка, внутри которой находится магнит. Снизу к пробирке прицепили два одинаковых магнита друг за другом. При этом расстояние от нижнего края нижнего магнита до уровня воды — H_1. Нижний магнит переместили в пробирку, после чего расстояние от нижнего края оставшегося в воде маг-магнита до уровня воды стало равно H_2. Каким будет расстояние H_3 от дна пробирки до уровня воды, если оставшийся в воде магнит переместить внутрь пробирки?



Решение.

Сначала на пробирку действуют сила тяжести пробирки $F_{тпр}$, сила тяжести трёх магнитов $3F_{тм}$, сила Архимеда со стороны магнитов $2F_{Ам}$, и сила Архимеда со стороны пробирки $F_{тпр} = \rho S(H_1 - 2h)g$, где ρ — плотность воды, S — площадь сечения пробирки, h — высота магнита, а g — ускорение свободного падения. Запишем второй закон Ньютона для этого случая:

$$F_{тпр} + 3F_{тм} = 2F_{Ам} + \rho S\left(H_1 - 2h\right)g.\qquad (1)\qquad \textbf{(4 б.)}$$

После того как один магнит переложили внутрь пробирки второй закон Ньютона перепишется в виде

$$F_{тпр} + 3F_{тм} = F_{Ам} + \rho S\left(H_2 - h\right)g.\qquad (2)\qquad \textbf{(2 б.)}$$

Если второй один кусок пластилина переложить внутрь пробирки, то второй закон Ньютона перепишется в виде

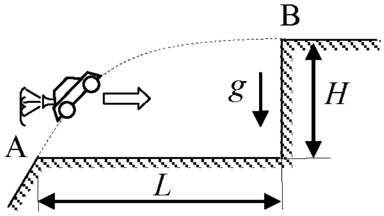
$$F_{тпр} + 3F_{тм} = \rho S H_3 g.\qquad (3)\qquad \textbf{(2 б.)}$$

Вычтя из (1) удвоенное уравнение (2) и добавив (3), получим:

$$0 = \rho S H_1 g - 2\rho S H_2 g + \rho S H_3 g.$$

Выражая отсюда H_3, получим

ответ: $H_3 = 2H_2 - H_1$ **(2 б.)**



5. Снабженный ракетным двигателем автомобиль с помощью трамплина прыжком из точки старта A попал в точку B на плоской вершине горы, приземлившись горизонтально со скоростью, равной по величине скорости, с которой он оторвался от трамплина. Расстояние между пунктами A и B по горизонтали L, по вертикали H. Определите скорость, с которой автомобиль оторвался от трамплина. Двигатель автомобиля создавал направленную по горизонтали постоянную по величине тягу (обозначена стрелкой ⇨). Ускорение свободного падения g. Размерами автомобиля, изменением массы автомобиля и влиянием воздуха пренебречь.

Решение.

Пусть v — скорость автомобиля в момент отрыва от трамплина, а v_x и v_y — её проекции на горизонтальную и вертикальную оси. Так как в момент приземления автомобиль двигался горизонтально, точка приземления является верхней точкой его траектории. Поэтому

$$H = \frac{gt^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2H}{g}}, \qquad (1)$$ **(2 б.)**

$$v_y = gt, \qquad (2)$$ **(2 б.)**

где t — время полёта автомобиля. Уравнение движения автомобиля в горизонтальном направлении удобнее записать с помощью средней скорости

$$L = \frac{v_x + v}{2}t \quad \Rightarrow \quad v_x = \frac{2L}{t} - v. \qquad (3)$$ **(2 б.)**

Здесь учтено, что горизонтальная составляющая скорости автомобиля в момент приземления равна v. С другой стороны,

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2,$$ **(2 б.)**

Подставив сюда v_x из (3), v_y из (2), а затем t из (1), найдём

ответ: $$v = \sqrt{\frac{gH}{2}\left(\frac{L}{H} + \frac{H}{L}\right)}.$$ **(2 б.)**