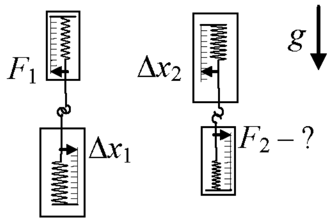
Физика 11 класс

1. У одного динамометра шкала проградуирована в ньютонах, а у второго — в сантиметрах. Когда к первому динамометру подвесили вертикально второй, сцепив их пружинами, первый показал F_1, а второй — Δx_1. Когда, наоборот, ко второму динамометру подвесили первый, второй динамометр показал Δx_2. Какую силу F_2 показал при этом первый динамометр?



Решение.

Согласно третьему закону Ньютона, силы, действующие на пружины сцепленных динамометров, одинаковы.

Таким образом, сила, действующая на второй динамометр в первом эксперименте, равна F_1. Следовательно,

$$F_1 = k\,\Delta x_1, \qquad (1) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

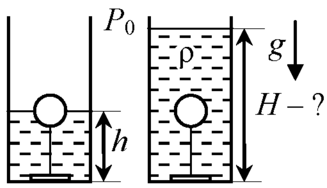
где k — жёсткость пружины второго динамометра. Аналогично, во втором эксперименте

$$F_2 = k\,\Delta x_2. \qquad (2) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Выразив F_2 из (1) и (2), получим

ответ: $F_2 = \dfrac{\Delta x_2}{\Delta x_1} F_1$. **(2 б.)**

2. На дне сосуда находится тонкая невесомая пластинка, под которую не подтекает вода. К пластинке на нити привязан невесомый шарик. Если в сосуд медленно наливать воду, то пластинка начинает отрываться от дна, когда шарик оказывается наполовину погруженным в воду. В этот момент уровень воды в сосуде равен h. Если же до того, как пластинка начнёт отрываться, придержать шарик и налить в сосуд много воды, то пластинка перестаёт отрываться от дна, даже если шарик не придерживать. При каком минимальном уровне воды H в сосуде это возможно? Ускорение свободного падения g, атмосферное давление P_0, плотность воды ρ.



Решение.

В первом случае пластинка отрывается от дна сосуда, когда сила давления воды на пластинку (вниз) уравновешивается силой Архимеда F_{A1}, действующей на шарик, погруженный в воду наполовину. Запишем уравнение баланса сил:

$$(P_0 + \rho g h)S = F_{A1}, \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

где S — площадь пластинки, $(P_0 + \rho g h)$ — давление воды вблизи дна сосуда.

Во втором случае шарик полностью погружен в воду, и поэтому сила Архимеда F_{A2}, действующая на шарик, вдвое больше, чем в первом случае:

$$F_{A2} = 2F_{A1}. \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

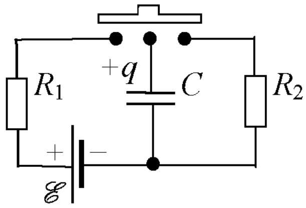
Как и в первом случае, отрыв пластины произойдёт, когда сила давления воды на пластинку сравняется с силой Архимеда:

$$(P_0 + \rho g H)S = F_{A2}. \qquad (3) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Найдя H из системы уравнений (1) – (3), получим

ответ: $H = \frac{P_0}{\rho g} + 2h$. **(2 б.)**

3. Представленная на рисунке схема состоит из идеальной батареи с ЭДС $\mathcal{E}$, двух резисторов с сопротивлениями R_1 и R_2, конденсатора ёмкостью C, заряженного зарядом q (полярность показана на рисунке), и кнопки. Кнопку нажимают, замыкая сразу три контакта (отмечены маленькими кружками). Найти отношение тока через резистор R_1, возникающего сразу после нажатия кнопки, к току, протекающему через этот резистор спустя достаточно длительное время, когда система выходит на установившийся (стационарный) режим.



Решение.

Сразу после нажатия кнопки заряд на конденсаторе останется прежним. (Это следует из того, что конденсатор в данной схеме разряжается через резисторы, и поэтому ток разрядки конденсатора не может быть сколь угодно большим.) Поэтому напряжение $U_к$ на конденсаторе сразу после нажатия кнопки равно

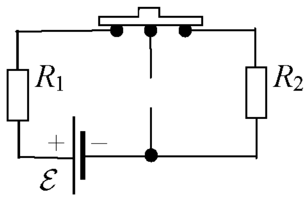
$$U_к = q/C\,. \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Напряжение U_1 на резисторе R_1 в этот момент времени равно $\mathcal{E} - U_к$, **(1 б.)**

а ток $I_{1,нач}$ через резистор R_1 в этот момент, согласно закону Ома равен U_1/R_1. Таким образом,

$$I_{1,нач} = \frac{\mathcal{E} - q/C}{R_1}\,. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

После того, как система вышла на установившийся режим, заряд на конденсаторе перестал меняться. Значит, ток через проводники, подсоединённые к конденсатору, прекратился. Поэтому токи в остальной части цепи будут такими же, как в аналогичной цепи с отсутствующим конденсатором, вместо которого оставлен разрыв (см. рисунок). Следовательно, установившийся ток $I_{1,уст}$ через резистор R_1 можно найти, применяя закон Ома для полной цепи к контуру, состоящему из батареи с ЭДС $\mathcal{E}$ и двух резисторов R_1 и R_2:

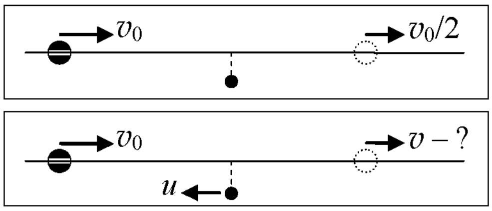


$$I_{1,уст} = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}\,. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Разделив $I_{1,нач}$ на $I_{1,уст}$, получим

ответ: $\dfrac{I_{1,нач}}{I_{1,уст}} = \dfrac{\mathcal{E} - q/C}{\mathcal{E}}\,\dfrac{R_1 + R_2}{R_1}\,.$ **(2 б.)**

4. Заряженная бусинка свободно надета на прямую неподвижную непроводящую спицу, рядом с которой закреплён точечный заряд. Если бусинку прижимать к спице, между ними возникает трение (коэффициент трения постоянен). Бусинку запускают с большого расстояния слева от заряда со скоростью v_0. При этом на большом расстоянии справа от заряда её скорость устанавливается равной $v_0/2$ и в дальнейшем практически не меняется. Какой будет установившаяся скорость v бусинки справа, если во время её движения точечный заряд двигать влево с постоянной скоростью u, не меняя его расстояния от спицы? Силы тяжести нет.



Решение.

В результате прохождения бусинки мимо точечного заряда часть кинетической энергии бусинки тратится на преодоление трения. Запишем закон сохранения энергии в первом эксперименте:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m(v_0/2)^2}{2} + A_{\text{тр}}, \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

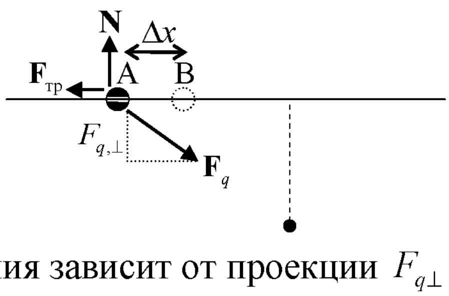
где m — масса бусинки, $mv_0^2/2$ и $m(v_0/2)^2/2$ — её начальная и конечная кинетическая энергия, $A_{\text{тр}}$ — работа силы трения в первом эксперименте.

Закон сохранения энергии во втором эксперименте сформулируем в системе отсчёта, в которой точечный заряд неподвижен. В этой системе начальная скорость бусинки равна $v_0 + u$, конечная скорость равна $v + u$. Таким образом,

$$\frac{m(v_0+u)^2}{2} = \frac{m(v+u)^2}{2} + A'_{\text{тр}}, \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где $A'_{\text{тр}}$ — работа силы трения во втором эксперименте, *измеренная в системе отсчёта, связанной с точечным зарядом*.

Убедимся в том, что $A_{\text{тр}} = A'_{\text{тр}}$. Для этого рассмотрим прохождение бусинкой малого отрезка пути между точками A и B (см. рисунок) в системе отсчёта, в которой заряд неподвижен. На бусинку действуют сила притяжения (или отталкивания) со стороны точечного заряда $\mathbf{F}_q$, сила реакции опоры $\mathbf{N}$ и сила трения скольжения $\mathbf{F}_{\text{тр}}$. Величина силы трения зависит от проекции $F_{q\perp}$ силы $\mathbf{F}_q$ на плоскость, перпендикулярную бусинке: $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu\left|F_{q\perp}\right|$, где μ — коэффициент трения. Работа $\Delta A_{\text{тр}}$ силы трения на участке пути AB, следовательно, равна



$$\Delta A_{\text{тр}} = F_{\text{тр}}\Delta x = \mu\left|F_{q\perp}\right|\Delta x,$$

где Δx — расстояние AB. Если зафиксировать положение точек A и B относительно точечного заряда, то работа $\Delta A_{\text{тр}}$ не будет зависеть от скорости движения бусинки и от того, движется ли спица относительно точечного заряда (так как величина $F_{q\perp}$ определяется положением отрезка AB по отношению к заряду). Поэтому в обоих экспериментах работа $\Delta A_{\text{тр}}$ будет одинаковой. Так как это верно для любого отрезка AB пути бусинки, то это верно и для всего пути в целом. Таким образом,

$$A_{\text{тр}} = A'_{\text{тр}}. \qquad (3) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

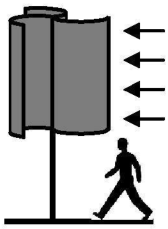
Из равенств (1) – (3) получим:

$$(v+u)^2 = (v_0+u)^2 - v_0^2 + \left(v_0/2\right)^2 ,$$

откуда, учитывая что $v > 0$, найдём

$$\textbf{ответ: } v = \sqrt{(v_0+u)^2 - \frac{3v_0^2}{4}} - u . \qquad \textbf{(2 б.)}$$

5. Оцените электрическую мощность, вырабатываемую ветрогенератором изображённого на рисунке типа в ветреную погоду. *Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.*



Решение.

Ветрогенератор преобразует кинетическую энергию потока воздуха в электроэнергию.

Пусть S — поперечное сечение (перпендикулярно направлению ветра), заметаемое лопастями ветрогенератора. Найдём мощность P потока воздуха плотности ρ, проходящего со скоростью v через сечение S.

Объём воздуха ΔV, проходящий через сечение S за некоторое время Δt, равен

$$\Delta V = S v \Delta t\,. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Его масса равна $\Delta m = \rho \Delta V = \rho S v \Delta t$, а кинетическая энергия $\Delta E_{\text{кин}}$ равна

$$\Delta E_{\text{кин}} = \frac{\Delta m v^2}{2} = \frac{1}{2}\rho S v^3 \Delta t\,.$$

Разделив энергию $\Delta E_{\text{кин}}$ на время Δt, получим мощность P, приносимую потоком ветра:

$$P = \frac{1}{2}\rho S v^3. \qquad (1) \qquad \textbf{(6 б.)}$$

Подставив в (1) числовые значения:

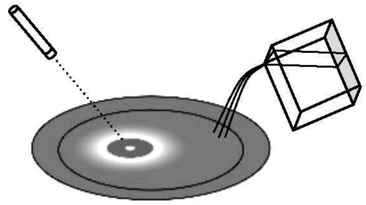
- площадь, захватываемая лопастями генератора, $S \approx 5$ м^2 (согласно рисунку),
- скорость ветра $v \approx 10$ м/с,
- плотность воздуха $\rho \approx 1$ г/л = 1 кг/м^3,

найдём $P \approx 2500$ Вт = 2,5 кВт.

При оптимальной конструкции ветрогенератора значительная доля мощности воздушного потока P переходит в электрическую энергию. (В то же время генератор не может «отобрать» у воздуха всю мощность P, так как это означало бы, что скорость воздуха обращается в ноль после прохождения через генератор, и тогда приток новых «порций» воздуха был бы невозможен.) Принимая для оценки, что вырабатываемая электрическая мощность составляет примерно $P/2$, получим

ответ: около 1 кВт. **(2 б.)**

6. *Задача-демонстрация (демонстрируется видеоролик)*. Если направить в блюдечко с водой узкий пучок света, то вокруг яркого центрального пятна наблюдается темное колечко с резкими границами. Причём за внешней границей вновь видна светлая область. По мере наполнения блюдечка водой ширина тёмного колечка увеличивается. Объясните наблюдаемое явление.



Решение.

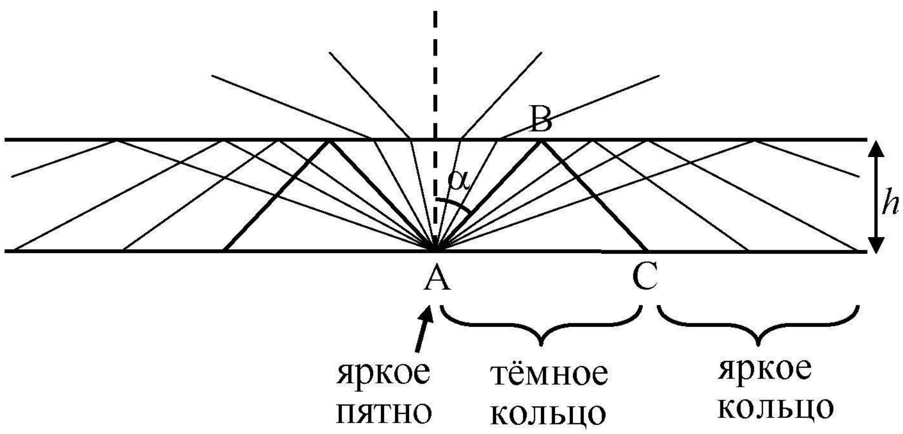
Освещённые области дна блюдечка являются источником рассеянного во все стороны света. **(2 б.)**

Глаз (камера) видит эти области дна (слегка приближенными из-за слоя воды, действующего как плоскопараллельная пластина). Рассмотрим, какие же области дна освещены. Имеет смысл не учитывать многократные отражения, так как яркость быстро убывает для каждого последующего отражения. Очевидно, освещена область, в которую после первого же преломления попадает свет от указки (область А). Лучи, рассеянные из области А под малыми углами к вертикали, практически полностью выходят из воды в воздух. **(1 б.)**

(Лишь небольшая доля их интенсивности отражается вниз от поверхности воды, её мы рассматривать не будем). По-другому ведут себя лучи, рассеянные из области А под углами к вертикали, превышающими угол

полного внутреннего отражения. **(4 б.)**

Эти лучи полностью отражаются вниз от поверхности воды. Поэтому ближайшая к области А освещённая точка дна есть точка С, в которую попадает луч, рассеянный из области А под углом полного внутреннего отражения α. Лучи, выходящие из А под бóльшими углами, как видно из рисунка, попадают на дно в точках, лежащих на расстояниях от области А, больших |AC|. Они образуют освещённую область с резкой внутренней границей в виде окружности с радиусом |AC|. **(1 б.)**



Поэтому область внутри окружности радиуса |AC| является тёмной (за исключением центрального яркого пятна). Радиус тёмного кольца |AC| зависит от угла

полного внутреннего отражения α и толщины слоя воды h ($|AC| = 2h\,\mathrm{tg}\,\alpha$). Как видно из этой формулы или из рисунка, $|AC|$ растёт с увеличением h. **(2 б.)**
Поэтому при доливании воды ширина тёмного колечка увеличивается.