Физика 9 класс

1. Верёвка диаметром 1 см, уложенная в виде плотной спирали на плоском столе, заполняет круг диаметром 1 м. Найти приблизительную длину верёвки.

Решение.

На высоте, равной радиусу верёвки, соседние витки спирали плотно прилегают друг к другу, и поэтому площадь сечения верёвки плоскостью, проходящей на этой высоте над поверхностью стола, равна площади S круга диаметром D = 1 м:

$$S = \pi\,(D/2)^2. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

С другой стороны, площадь сечения верёвки равна произведению её длины l на диаметр d:

$$S = l\,d. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Приравнивая правые части двух полученных выражений, найдём длину верёвки l:

$$l = \pi D^2/4d. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

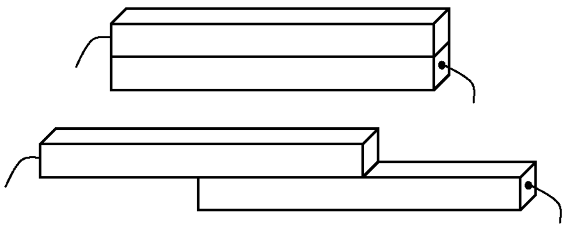
Подставив численные значения, получим

ответ: $l \approx 80$ м. **(2 б.)***

Примечание.

*Любой ответ в диапазоне от 75 м до 80 м считается верным.

2. Два одинаковых длинных проводящих стержня прямоугольного сечения плотно прижаты друг к другу. К противоположным торцам стержней припаяны клеммы. Вначале края стержней совпадают и сопротивление между клеммами равно R. Стержни раздвигают вдоль длинной стороны так, что они остаются плотно прижатыми друг к другу. Чему станет равно сопротивление между клеммами, когда длина соприкасающейся части уменьшится вдвое?



Решение.

Вначале, когда края стержней совпадали, их сопротивления были включены параллельно. Поэтому сопротивление R между клеммами было равно

$$R = \frac{R_c}{2}, \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

где R_c — сопротивление одного стержня. После того как длина соприкасающейся части уменьшилась вдвое, перекрывающиеся части сопротивлением $R_c/2$ стали включены последовательно по отношению к неперекрывающимся частям, также имеющим сопротивления $R_c/2$, и параллельно друг другу (образуя тем самым сопротивление $R_c/4$). Поэтому искомое сопротивление R_x между клеммами равно

$$R_x = \frac{R_c}{2} + \frac{R_c}{4} + \frac{R_c}{2} = \frac{5}{4}R_c. \qquad (2) \qquad \textbf{(5 б.)}$$

Из уравнений (1) и (2) получим

ответ: $R_x = \frac{5}{2}R$. **(2 б.)**

3. В термосе оставалось $M = 100$ г горячего чая при температуре $T = 80°\text{C}$. Кубики льда массой $m = 20$ г имеют температуру $T_к = -43°\text{C}$. В термос бросили $N = 50$ таких кубиков льда, и весь чай превратился в лёд. Чему равна температура $T_л$ получившегося льда? Теплоёмкость воды (чая) $c_в = 4\,200$ Дж/(кг·°С), льда — $c_л = 2\,100$ Дж/(кг·°С), теплота плавления льда $\lambda = 336$ кДж/кг. Теплоёмкостью термоса пренебречь.

Решение.

Сначала чай охлаждается до 0 °С, выделяя теплоту $c_в M(T - 0\,°\text{C})$, затем превращается в лёд, выделяя теплоту λM, и потом охлаждается до искомой температуры $T_л$, выделяя теплоту $c_л M(0\,°\text{C} - T_л)$, при этом вся выделившаяся теплота идёт на нагрев кусков льда до искомой температуры $T_л$, для чего потребуется теплота $c_л Nm(T_л - T_к)$.

Запишем уравнение теплового баланса

$$c_в M(T - 0\,°\text{C}) + \lambda M + c_л M(0\,°\text{C} - T_л) = c_л Nm(T_л - T_к) \qquad \textbf{(6 б.)*}$$

и выразим отсюда $T_л$:

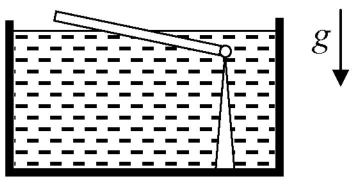
$$T_л = \frac{c_в MT + \lambda M + c_л NmT_к}{c_л(M + Nm)}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив численные значения, получим

ответ: $T_л = -10\,°\text{C}$. **(2 б.)**

Примечание:
*За каждое упущенное или неверно записанное (без учёта знака) слагаемое в уравнении теплового баланса вычитается 1 балл. За неверно расставленные знаки вычитаются 2 балла. Пропуск «0 °С» не считается ошибкой.

4. Тонкая палочка шарнирно прикреплена к вертикальной стойке в бассейне с водой, так что уровень воды немного выше шарнира. При этом палочка погружена в воду на 3/5 длины. На какую часть длины будет погружена палочка, если слить часть воды, так что уровень воды станет немного ниже шарнира?



Решение.

Пусть ρ_0 — плотность воды, ρ — плотность палочки, S — площадь её поперечного сечения, а l — её длина. Равенство моментов сил относительно шарнира в случае, когда уровень воды выше шарнира и палочка погружена на x = 3/5 длины, имеет вид:

$$\rho Slg \cdot \frac{l}{2}\cos\alpha = \rho_0 Sxlg \cdot \frac{xl}{2}\cos\alpha,$$

где α — угол наклона палочки к горизонту. Сокращая одинаковые множители, получаем:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = x^2. \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

В случае, когда уровень воды станет ниже шарнира, равенство моментов сил относительно шарнира примет вид:

$$\rho Slg \cdot \frac{l}{2}\cos\beta = \rho_0 Sylg \cdot l\left(1 - \frac{y}{2}\right)\cos\beta,$$

где β — угол наклона палочки к горизонту, y — искомая погруженная часть палочки.

Сокращая одинаковые множители, получаем:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = y\cdot(2-y). \qquad (2) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Приравняв правые части (1) и (2), получим квадратное уравнение

$$y^2 - 2y + x^2 = 0, \qquad \textbf{(2 б.)}$$

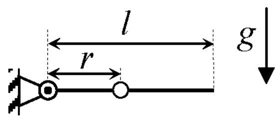
которое имеет два действительных корня

$$y = 1 \pm \sqrt{1-x^2}.$$

Исключив один из корней, не удовлетворяющий условию $y < 1$, и подставив x = 3/5, получим

$$\textbf{ответ:} \quad y = 1 - \sqrt{1-x^2} = \frac{1}{5}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

5. Один конец невесомой спицы длины l шарнирно закреплен, а другой конец удерживается так, чтобы спица была горизонтальной. На расстоянии r от точки крепления находится надетая на спицу маленькая бусинка. Удерживаемый конец отпустили. Через какое время бусинка слетит со спицы? Какую скорость будет иметь конец спицы в этот момент? Трения нет. Ускорение свободного падения равно g.



Решение.

На бусинку со стороны спицы не действует никаких сил: силы трения нет по условию, а сила реакции отсутствует по следующей причине. Если бы сила реакции была отлична от нуля, то, по 3-му закону Ньютона, была бы отлична от нуля и сила, действующая со стороны бусинки на спицу. При перемещении эта сила совершила бы работу, которая должна была бы перейти в кинетическую энергию спицы. Но поскольку масса спицы равна нулю, кинетическая энергия спицы и её изменение тождественно равны нулю. Таким образом, на бусинку действует только сила тяжести, поэтому она движется равноускоренно с ускорением g, то есть

движение бусинки представляет собой свободное падение вниз по вертикали. **(2 б.)** Бусинка окажется на краю спицы, когда расстояние между ней и шарниром станет равно длине спицы l. Отсюда найдём по теореме Пифагора пройденный бусинкой путь y до момента соскальзывания со спицы:

$$y = \sqrt{l^2 - r^2}\,. \qquad (1) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

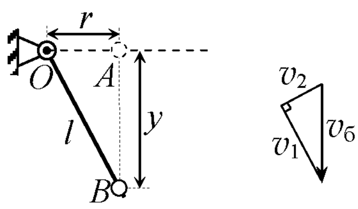
Из закона равноускоренного движения найдём время t до соскальзывания бусинки:

$$y = \frac{gt^2}{2} \;\Rightarrow\; t = \sqrt{\frac{2y}{g}} \qquad (2) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

и скорость $v_б$ бусинки в момент соскальзывания:

$$v_б = gt = \sqrt{2gy}\,. \qquad (3) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Чтобы найти скорость спицы $v_с$ в этот момент, разложим скорость бусинки $v_б$ на две составляющие: вдоль спицы v_1 и поперёк спицы v_2, как показано на рисунке. Учитывая, что составляющая v_2 и есть скорость конца спицы $v_с$, найдём из подобия треугольника скоростей и треугольника OAB:



$$v_с = \frac{r}{l} v_б\,. \qquad (4) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Из равенств (1) – (4) найдём

ответ:

$$t = \sqrt{\frac{2}{g}\sqrt{l^2 - r^2}}\,, \qquad \textbf{(1 б.)}$$

$$v_с = \frac{r}{l}\sqrt{2g\sqrt{l^2 - r^2}}\,. \qquad \textbf{(1 б.)}$$