Физика 11 класс

1. На зимних Олимпийских играх в Сочи 30 лыжников бежали индивидуальную гонку с раздельным стартом: каждый последующий участник стартовал на 30 секунд позже предыдущего. При этом продолжительность финиша (то есть промежуток времени между первым и последним пересечениями финишной черты) составила 5 минут. Первым к финишу пришёл спортсмен, стартовавший последним, а последним пришёл спортсмен, стартовавший первым. Какой была бы продолжительность финиша, если бы лыжники стартовали в обратном порядке с теми же интервалами и пробежали дистанцию с теми же результатами?

Решение.

Пронумеруем спортсменов в том порядке, в котором они стартовали на Олимпиаде. Из условия задачи ясно, что первый спортсмен является самым медленным, а тридцатый — самым быстрым. Отсюда следует, что продолжительность финиша определяется именно этими спортсменами, в том числе и если бы они стартовали в обратном порядке. Если бы спортсмены стартовали одновременно, то продолжительность финиша определялась бы разностью времён прохождения дистанции первым и тридцатым спортсменами Δt. Поскольку спортсмены стартовали с интервалом 0,5 мин., то продолжительность старта $\Delta t_{\text{с}} = (30-1)\cdot 0{,}5 = 14{,}5\,\text{мин}$, а продолжительность финиша:

$$\Delta t_{\text{ф}} = \Delta t - \Delta t_{\text{с}}.$$

Если бы спортсмены стартовали в обратном порядке, то вместо последнего выражения было бы:

$$\Delta t'_{\text{ф}} = \Delta t - \Delta t_{\text{с}}.$$

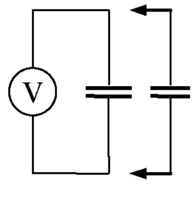
Из этих двух выражений находим

$$\Delta t'_{\text{ф}} = \Delta t_{\text{ф}} + 2\Delta t_{\text{с}} = 34\,\text{мин}.$$

Ответ: $\Delta t'_{\text{ф}} = 34\,\text{мин}$. **(10 б.)***

*<u>Примечание</u>: *допустимы разные рассуждения, приводящие к правильному ответу. Необходимо оценить их последовательность и логичность. В случае неправильного подсчёта времени старта оценку снизить на 1 балл.*

2. Схема состоит из параллельно соединённых заряженного конденсатора и идеального вольтметра. Вольтметр показывает 9 В. Параллельно к этой схеме присоединили незаряженный конденсатор другой ёмкости, и вольтметр показал 6 В. Затем этот



конденсатор отсоединили от схемы, полностью разрядили и опять присоединили параллельно к схеме. Какое напряжение при этом покажет вольтметр?

Решение:

Пусть C_1 — ёмкость конденсатора в схеме, C_2 — ёмкость конденсатора, присоединяемого к схеме, а U_0 — начальное показание вольтметра.

Как известно заряд на конденсаторе ёмкости C с напряжением U равен CU.

После присоединения к схеме незараженного конденсатора C_2, заряд C_1U_0 перераспределяется между двумя конденсаторами. При этом напряжения на конденсаторах равны и соответствуют новому показанию вольтметра U_1:

При этом из закона сохранения заряда следует:

$$C_1U_0 = C_1U_1 + C_2U_1. \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Повторение процедуры приводит к новому показанию вольтметра U_2. Запишем опять закон сохранения заряда:

$$C_1U_1 = C_1U_2 + C_2U_2. \qquad (2) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

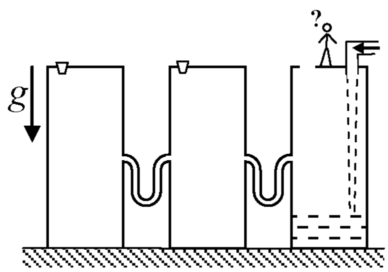
Решая систему уравнений (4) и (5), найдём:

$$U_2 = \frac{U_1^2}{U_0}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставляя сюда численные значения, окончательно получим

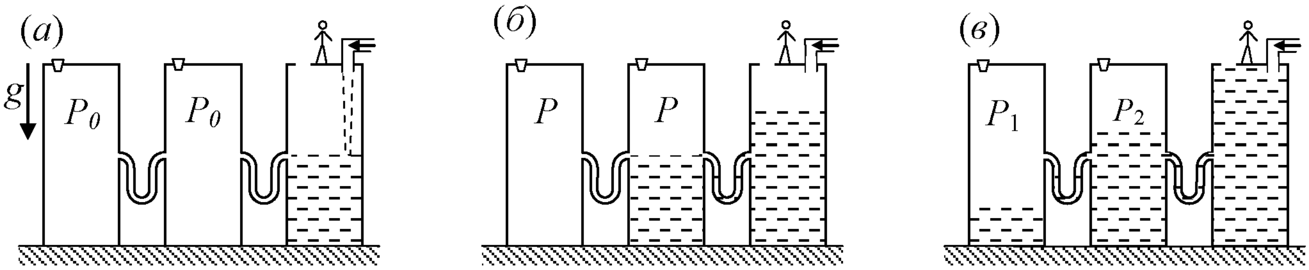
ответ: $U_2 = 4\text{ В}$. **(2 б.)**

3. Три одинаковые вертикально стоящие замкнутые цилиндрические цистерны соединены последовательно гибкими шлангами на середине высоты и снабжены клапанами для выпуска воздуха. Рабочий начал медленно подавать воду в крайнюю правую цистерну, предварительно открыв её воздушный клапан.



Клапаны двух других цистерн остались закрытыми, так что воздух из них не выходил. К моменту, когда крайняя правая цистерна оказалась полностью наполненной, левая оказалась наполненной на 3/11 своего объёма. Какая доля объёма средней цистерны заполнилась водой? Объёмом соединительных шлангов пренебречь.

Решение:



При наливе цистерны можно выделить три состояния, изображённых на рисунке. При переходе (а) → (б) воздух в левой и средней цистернах изотермически сжимался. Запишем закон Бойля – Мариотта для этого процесса:

$$P_0(2V) = P\left(V + \frac{V}{2}\right), \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где P_0 — атмосферное давление, V —объём одной цистерны, Р — давление сжатого воздуха в состоянии (б).

При переходе (б) → (в) воздух в левой и средней цистернах независимо изотермически сжимался. Запишем закон Бойля – Мариотта для воздуха в левой цистерне:

$$PV = P_1\left(1 - \frac{3}{11}\right)V \qquad (2) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

и в средней цистерне:

$$P\frac{V}{2} = P_2(1-x)V, \qquad (3) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где x — искомая доля объёма средней цистерны, заполненная водой.

В состоянии равновесия (в) давления на концах шлангов равны между собой:

$$P_1 = P_2 + \rho g\left(x - \frac{1}{2}\right)H = P_0 + \rho g\frac{H}{2}, \qquad (4) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

где H — высота цистерн, ρ — плотность воды.

Из (1) находим $P = \frac{4}{3}P_0$ и подставив в (2) и (3), выразим из них P_1 и P_2:

$$P_1 = \frac{11}{6}P_0; \; P_2 = \frac{2}{3(1-x)}P_0.$$

Подставим найденные выражения в (4):

$$\frac{11}{6}P_0 = \frac{2}{3(1-x)}P_0 + \rho g\left(x - \frac{1}{2}\right)H = P_0 + \rho g\frac{H}{2}.$$

Сравнивая левую и правую часть этого равенства, находим:

$$\frac{11}{6}P_0 = \frac{2}{3(1-x)}P_0 + \left(x - \frac{1}{2}\right)\frac{5}{3}P_0 .$$

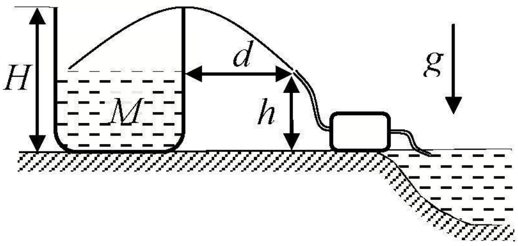
Сократив P_0, получаем квадратное уравнение относительно x:

$$5x^2 - 13x + 6 = 0,$$

которое имеет два решения $x = 3/5$ и $x = 2$. Второе решение, очевидно, не подходит, т.к. оно больше 1.

Ответ: $x = 3/5$. **(2 б.)**

4. Электрический насос качает воду из озера. Тонкая струя воды из открытого конца шланга, расположенного на высоте h, направлена в бочку высоты H. Расстояние между концом шланга и бочкой по горизонтали равно d. Сколько электроэнергии нужно затратить, чтобы накачать в бочку количество воды массой M? Считать, что верхняя точка струи находится непосредственно над краем бочки. Ускорение свободного падения равно g. КПД насоса считать равным 1, трением воды о шланг и сопротивлением воздуха пренебречь.



Решение.

Искомая энергия E тратится на подъём воды на высоту h и на разгон её до скорости v, с которой вода выходит из шланга, поэтому

$$E = Mgh + \frac{Mv^2}{2}. \quad (3 б.)$$

Найдём скорость v. Вертикальная компонента этой скорости $v_{верт}$ равна gt, а горизонтальная $v_{гориз}$ равна d/t, где t — время пролёта от шланга до верхней точки струи. Найдём t:

$$\frac{gt^2}{2} = H - h \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}. \quad \textbf{(1 б.)}$$

Отсюда

$$v_{верт} = gt = \sqrt{2g(H-h)}, \quad \textbf{(2 б.)}$$

$$v_{гориз} = \frac{d}{t} = d\sqrt{\frac{g}{2(H-h)}}. \quad \textbf{(2 б.)}$$

Найдём v^2 по теореме Пифагора:

$$v^2 = v_{верт}^2 + v_{гориз}^2 = 2g(H-h) + \frac{gd^2}{2(H-h)}.$$

Подставляя это выражение в формулу для E, получим:

$$E = Mgh + \frac{M}{2}\left(2g(H-h) + \frac{gd^2}{2(H-h)}\right) = Mg\left(H + \frac{d^2}{4(H-h)}\right).$$

Ответ: $Mg\left(H + \dfrac{d^2}{4(H-h)}\right)$. **(2 б.)**

Примечание: *энергия, затраченная насосом, может быть также найдена как энергия воды в верхней точке струи:*

$$E = MgH + \frac{Mv_{\text{гориз}}^2}{2}.$$

Правильное решение задачи с помощью этой формулы также оценивается в 10 баллов.

5. **Задача-оценка.** Оцените скорость вылета стрелы из спортивного лука, тетива которого натягивается рукой. *Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.*

Решение:

Сила, с которой спортсмен натягивает тетиву, изменяется от 0 (когда лук не натянут) до максимального значения F (когда лук полностью натянут).

При этом спортсмен затрачивает энергию

$$W = \frac{F}{2}x, \qquad \textbf{(4 б.)}$$

где x — расстояние, на которое стрелок оттягивает тетиву, примерно равное длине стрелы.

Эта энергия переходит в кинетическую энергию стрелы

$$W = \frac{mv^2}{2}, \qquad \textbf{(2 б.)}$$

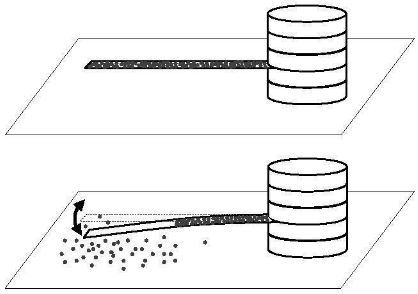
где m — масса стрелы, v — искомая скорость. Из двух полученных выражений найдём:

$$v = \sqrt{\frac{F \cdot x}{m}}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив численные значения:

$F = 200\ \text{Н}$, $x = 0{,}7\ \text{м}$, $m = 0{,}02\ \text{кг}$, получим

ответ: $v \approx 80\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$. **(2 б.)**



6. Задача-демонстрация (демонстрируется видеоролик). Один конец упругой металлической линейки зажат между тяжёлыми грузами, другой — свободный. Сверху на линейку равномерно по всей её длине насыпана гречневая крупа. Свободный конец линейки отгибают вниз и затем отпускают. Часть крупы слетает с линейки. Однако при этом возникает граница, левее которой почти вся крупа слетела, а правее — осталась на месте. Объясните наблюдаемое явление.

Решение. Крупинка отрывается от поверхности линейки в тот момент, когда ускорение a участка линейки под ней становится равным ускорению свободного падения g. **(3 б.)**

Таким образом, условие того, что крупинка останется лежать на линейке, имеет вид

$$a_{\max} < g, \qquad (1)$$ **(3 б.)**

где $a_{\max}$ — максимальное значение (в процессе колебаний) ускорения участка линейки под крупинкой. На той части линейки, где условие (1) выполнено, крупа остаётся на месте. Там же, где условие (1) нарушается, крупинки «подпрыгивают», отрываясь от линейки, и через некоторое число периодов колебаний покидают линейку.

Рассмотрим, как $a_{\max}$ меняется вдоль линейки. Каждая точка линейки совершает синусоидальные колебания

$$y(t) = A\sin(\omega t), \qquad (2)$$

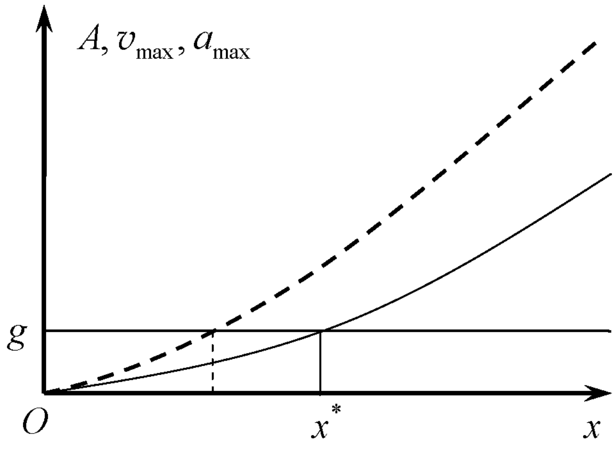
где y — отклонение по вертикали от равновесного положения линейки; t — время; A — амплитуда (разная для разных точек линейки), $\omega = 2\pi/T$ — частота (одна и та же для всей линейки; T — период колебаний). Из уравнения (2) видно, что колебания разных точек линейки *подобны* — единственное различие между ними состоит в разной величине множителя A. Поэтому и скорости разных точек линейки (производные y по времени t), и их ускорения (вторые производные y по t) будут отличаться друг от друга только значением множителя A. Следовательно, максимальная скорость $v_{\max}$ и максимальное ускорение $a_{\max}$ в каждой точке линейки пропорционально амплитуде A колебаний этой точки:

$$v_{\max} \propto A, \qquad (3)$$

$$a_{\max} \propto A. \qquad (4)$$ **(2 б.)**

(Соотношения (3) и (4) можно обосновать также, вычислив первую и вторую производные выражения (2) и получив в результате $v_{\max} = \omega A$, $a_{\max} = \omega^2 A$.)

Направим ось x вдоль линейки, выбрав начало отсчёта в месте её закрепления. Амплитуда колебаний A увеличивается с ростом x (т. е. с удалением от места закрепления линейки), как показано на графике сплошной линией. (Эта линия отображает форму линейки в момент её наибольшего отклонения от равновесного положения.) Согласно (3) и (4), зависимости v_{max} и a_{max} от координаты x можно изобразить этой же линией при подходящем выборе масштабов скорости и ускорения на графике. Проведя горизонтальную черту, соответствующую ускорению g, можно убедиться, что



$$a_{max} < g \text{ при } x < x^*, \quad \text{и} \quad a_{max} > g \text{ при } x > x^*, \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где x^* — значение координаты x, при котором $a_{max} = g$. С учётом условия (1), это означает, что x^* задаёт границу, с одной стороны от которой ($x > x^*$) крупа падает с линейки, а с другой ($x < x^*$) — остаётся лежать на линейке.

Также из графика видно, что при бóльшем размахе колебаний линейки (пунктирная линия на графике) граница x^* смещается ближе к месту закрепления линейки.

Критерии определения победителей и призеров на заключительном этапе открытой межвузовской олимпиада школьников Сибирского Федерального округа «Будущее Сибири» по **физике** 2013/2014 г

Степень диплома	Сумма баллов			
	8 класс	**9 класс**	**10 класс**	**11 класс**
Диплом 1 степени (Победитель)	32-40	35-50	37-50	48-60
Диплом 2 степени (Призер)	28-31	30-34	33-36	40-47
Диплом 3 степени (Призер)	20-27	24-29	29-32	30-39

Председатель жюри
олимпиады «Будущее Сибири» по физике
д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой ПиТФ НГТУ Дубровский В.Г.

Председатель Окружного совета
Олимпиады школьников СФО
«Будущее Сибири»
Ректор НГТУ, профессор Н.В. Пустовой

18 марта 2014 года