Открытая межвузовская олимпиада школьников СФО «Будущее Сибири» - 2010
2 этап (заключительный)

Физика 9 класс

Ключи к заданиям олимпиады (решения заданий)

Максимальная оценка каждого задания – 10 баллов

1. В цех для производства брошюр завезли большой рулон бумаги. За 12 дней непрерывной работы радиус рулона уменьшился в 2 раза. На сколько дней работы хватит оставшейся бумаги? Внутренний радиус рулона считать равным нулю.

Решение. Объём бумаги в рулоне пропорционален квадрату радиуса рулона:

$$V \propto R^2. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Объём израсходованной бумаги пропорционален:

$$\Delta V \propto R^2_{\text{нач}} - R^2_{\text{кон}}, \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где $R_{\text{нач}}$ и $R_{\text{кон}}$ — начальный и конечный радиусы рулона. Время работы пропорционально объёму израсходованной бумаги:

$$\Delta t \propto R^2_{\text{нач}} - R^2_{\text{кон}}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

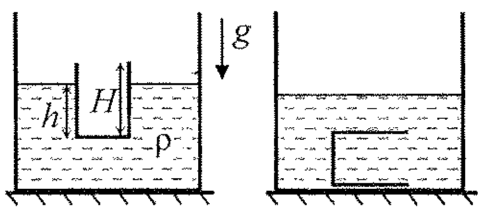
Обозначив через R_0 исходный радиус рулона, а через R_1 радиус после 12 дней работы, получаем пропорцию:

$$\frac{\Delta t}{12} = \frac{R_1^2 - 0}{R_0^2 - R_1^2}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив сюда $R_1 = R_0/2$, найдём: $\Delta t = 4$ дня.

Ответ: оставшейся бумаги хватит на 4 дня. **(2 б.)**

2. Открытый сверху цилиндрический тонкостенный стакан высоты H и объёма V плавает в сосуде большего размера на поверхности жидкости плотности ρ, причём в жидкость погружена часть стакана высоты h. Стакан утопили в жидкости. С какой силой он давит на дно сосуда?



Решение. Когда стакан плавает, сила тяжести mg и сила Архимеда $\rho g S h$ (где $S = V/H$ — площадь сечения стакана) уравновешивают друг друга:

$$mg = \rho g S h = \rho g V \frac{h}{H}. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Когда стакан полностью погружен, сила Архимеда пренебрежимо мала, так как стакан тонкостенный, а значит, объём вытесненной им жидкости пренебрежимо мал. Поэтому сила F, с которой стакан давит на дно, уравновешивает силу тяжести mg:

$$F = mg. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Ответ: $F = \rho g V \dfrac{h}{H}$. **(2 б.)**

3. Раненный в пяту Ахиллес догоняет черепаху, ползущую от него с постоянной скоростью. Скорость бега Ахиллеса в 100 раз больше скорости черепахи. Добежав до точки, где находилась черепаха в момент его старта, Ахиллес отдыхает ровно столько времени, сколько бежал. Затем он снова стартует и бежит до точки, где находилась черепаха в момент его второго старта, после чего отдыхает столько времени, сколько бежал второй отрезок пути. Затем он снова бежит, снова отдыхает столько времени, сколько бежал очередной отрезок пути, и так до тех пор, пока не догонит черепаху. Во сколько раз быстрее Ахиллес догнал бы черепаху, если бы не отдыхал в пути?

Решение. Обозначим скорость черепахи v, тогда скорость бега Ахиллеса $u = 100\ v$. Поскольку Ахиллес бежал ровно столько времени, сколько отдыхал, то его средняя скорость $v_{ср}$ равна

$$v_{ср} = u/2. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Средняя скорость Ахиллеса относительно черепахи $v_{отн1}$ равна

$$v_{отн1} = u/2 - v. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Если бы Ахиллес не отдыхал в пути, то его скорость относительно черепахи $v_{отн2}$ была бы равна

$$v_{отн2} = u - v. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

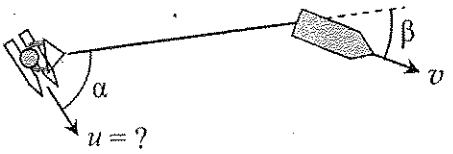
Искомое отношение времён k равно отношению средних относительных скоростей:

$$k = \frac{v_{отн2}}{v_{отн1}} = \frac{u - v}{u/2 - v}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив $u = 100\ v$, получим $k = 99/49$.

Ответ: в 99/49 раз быстрее. **(2 б.)**

4. Спортсмен направляет водные лыжи под углом α к фалу (буксировочному тросу), а буксирующий его катер движется со скоростью v под углом β к фалу. Фал не провисает. Найти скорость спортсмена u. Может ли скорость спортсмена превышать скорость катера?



Решение. Чтобы фал не провисал, проекции скоростей спортсмена и катера на фал должны быть равны:

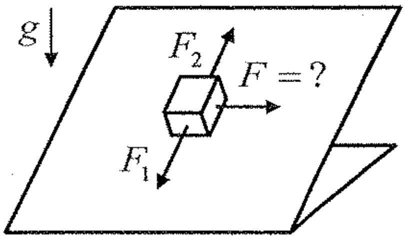
$$u\cos\alpha = v\cos\beta. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Отсюда находим **ответ:** скорость спортсмена равна

$$u = v\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Видно, что при |α|>|β| скорость спортсмена превышает скорость катера. **(4 б.)**

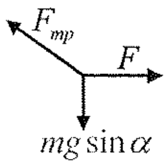
5. Тело покоится на наклонной плоскости. Минимальное значение силы, которую необходимо приложить, чтобы сдвинуть тело, равно F_1, если сила направлена вдоль плоскости вниз, и F_2, если сила направлена вдоль плоскости вверх. Найти минимальную силу F, которую нужно приложить в горизонтальном направлении параллельно наклонной плоскости, чтобы сдвинуть тело.



Решение. Поскольку силы F_1, F_2 и F действуют вдоль наклонной плоскости, то сила реакции опоры N, и соответственно, сила трения при движении тела $F_{тр} = \mu N$ будет одинаковой во всех трёх случаях. Чтобы сдвинуть тело, необходимо преодолеть силу трения, действующую на тело. Пусть α — угол наклона плоскости, m — масса тела. Уравнения равновесия тела при воздействии сил F_1 и F_2 имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} F_1 + mg\sin\alpha &= F_{тр}, \qquad (1)\\ F_2 - mg\sin\alpha &= F_{тр}. \qquad (2)\end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(4 б.)}$$

В случае воздействия боковой силы F, проекция силы тяжести на наклонную плоскость перпендикулярна этой силе. Сила трения уравновешивает сумму этих двух сил. По теореме Пифагора,



$$F^2 + (mg\sin\alpha)^2 = F_{тр}^2. \qquad (3)$$ **(4 б.)**

Из (1) и (2) находим: $F_{тр} = \dfrac{F_1 + F_2}{2}$, $\quad mg\sin\alpha = \dfrac{F_2 - F_1}{2}$. (4)

Подставляя $F_{тр}$ и $mg\sin\alpha$ из (4) в (3), получаем $F = \sqrt{F_{тр}^2 - (mg\sin\alpha)^2} = \sqrt{F_1F_2}$.

Ответ: $F = \sqrt{F_1F_2}$. **(2 б.)**