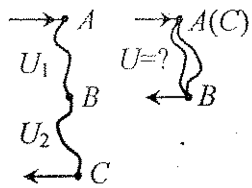
Открытая межвузовская олимпиада школьников СФО «Будущее Сибири» - 2010
2 этап (заключительный)
Физика 11 класс

Ключи к заданиям олимпиады (решения заданий)

Максимальная оценка каждого задания – 10 баллов

1. К концам A и C проволоки присоединили проводники, по которым пропустили фиксированный ток. При этом напряжение между точками A и B равно U_1, а между точками B и C — равно U_2. Концы A и C проволоки соединили и к точкам B и $A(C)$ присоединили проводники, по которым пропустили тот же ток. Найти напряжение между точками A и B.



Решение.

Пусть величина тока равна I. По закону Ома

$$R_{AB}=\frac{U_1}{I},\quad R_{BC}=\frac{U_2}{I},\qquad (1)\qquad \textbf{(3 б.)}$$

где R_{AB}, R_{BC} — сопротивления соответствующих кусков проволоки. При параллельном соединении этих кусков полное сопротивление равно:

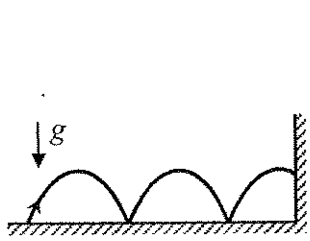
$$R=\frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{AB}+R_{BC}},\qquad (2)\qquad \textbf{(3 б.)}$$

Искомое напряжение: $$U=IR,\qquad (3)\qquad \textbf{(2 б.)}$$

где I — (по условию задачи) тот же ток, что и в первом случае. Подставив (1) в (2), а результат в (3), получим искомое напряжение.

Ответ: $U=\dfrac{U_1U_2}{U_1+U_2}$. **(2 б.)**

2. В плоскости, перпендикулярной вертикальной стене, скачет мяч, упруго ударяясь об пол. Время между соседними соударениями равно T. Мяч ударился о стену через время $\frac{2}{3}T$ после предыдущего удара об пол. На какой высоте мяч ударится о стену? Ускорение свободного падения равно g.



Решение.

Направим ось y перпендикулярно полу. За период T проекция скорости мяча на ось y скорость меняется с $+v_{0y}$ до $-v_{0y}$. Значит,

$$2v_{0y} = gT. \qquad (1)$$ **(4 б.)**

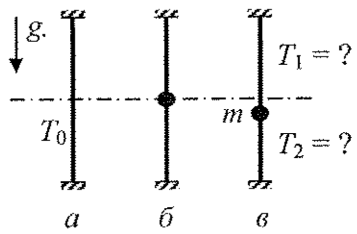
$$h = v_{0y}\cdot\frac{2}{3}T - \frac{g}{2}\left(\frac{2}{3}T\right)^2. \qquad (2)$$ **(4 б.)**

Подставив в (2) v_{0y} из (1), находим

$$h = \frac{gT}{2}\cdot\frac{2}{3}T - \frac{gT^2}{2}\frac{4}{9} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}-\frac{4}{9}\right)gT^2 = \frac{1}{9}gT^2.$$

Ответ: $h = \frac{1}{9}gT^2$. **(2 б.)**

3. Между двумя неподвижными опорами вертикально натянули резиновый жгут до натяжения T_0 (рис. *а*). Затем к середине жгута подвесили груз массы m (рис. *б*) и отпустили (рис. *в*). Найти натяжение жгута над грузом (T_1) и под грузом (T_2) в новом положении равновесия. Ускорение свободного падения равно g.



Решение.

Представим жгут на рис. *а* как два соединенных одинаковых жгута половинной длины. Пусть жесткость каждого k. Тогда, по закону Гука:

$$T_0 = k\Delta x, \qquad (1)$$

где Δx — растяжение каждого из жгутов.

Пусть смещение груза относительно середины на рис. *в* равно $\Delta x'$. Тогда

$$T_1 = k(\Delta x + \Delta x'). \qquad (2)$$

Если $\Delta x' < \Delta x$ (т.е. нижний жгут не провисает):

$$T_2 = k(\Delta x - \Delta x'). \qquad (3)$$

Из (1) и (3) получим

$$T_1 + T_2 = 2T_0. \qquad (4)$$ **(5 б.)**

Равенство сил в новом положении равновесия даёт:

$$T_1 - T_2 = mg\,. \qquad (5) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Из (4) и (5) находим

$$T_1 = T_0 + \frac{1}{2}mg, \quad T_2 = T_0 - \frac{1}{2}mg\,. \qquad (6) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Как следует из (6) нижний жгут провисает, если $T_0 - mg/2 < 0$, т.е. когда $mg > 2T_0$.

В этом случае равенство сил в новом положении равновесия даёт

$$T_1 = mg; \qquad T_2 = 0.$$

Ответ: $T_1 = T_0 + \frac{1}{2}mg, \quad T_2 = T_0 - \frac{1}{2}mg, \quad$ если $\quad mg < 2T_0.$

$$T_1 = mg, \quad T_2 = 0, \quad \text{если} \quad mg > 2T_0. \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Примечание: если уравнение (4) не обосновано, то **отнимаем 2 балла.**

4. Открытая с обоих концов однородная тонкая трубка длиной $2L$, согнутая посередине в виде буквы V с углом 90° при вершине, расположена в вертикальной плоскости. Колена трубки составляют угол 45° с горизонтом. Трубка заполнена: левое колено наполовину маслом, наполовину водой, в правом колене — столбик воды длиной $\frac{5}{6}L$. Трубку начали медленно поворачивать вправо — из неё стала вытекать вода. При некотором угле правого колена относительно горизонта вместе с водой начало вытекать масло. Найдите этот угол. Эффектами поверхностного натяжения пренебречь.

Решение.

Пусть $\rho_м$ и $\rho_в$ — плотности масла и воды, соответственно. В начальном положении равенство давлений, создаваемых жидкостями в коленах, даёт:

$$\left(\rho_м g\frac{L}{2}+\rho_в g\frac{L}{2}\right)\cos 45^\circ=\rho_в g\frac{5L}{6}\sin 45^\circ. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Отсюда $$\frac{\rho_м}{\rho_в}=\frac{2}{3}. \qquad (1)$$

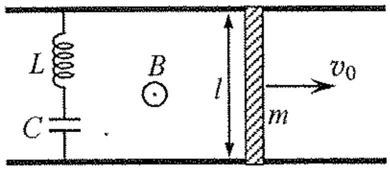
Масло начнет подниматься по правому колену и выливаться вместе с водой, когда нижний край столбика масла окажется в самой нижней точке левого колена. При этом всё правое колено заполнено водой. Равенство давлений, создаваемых жидкостями в коленах, теперь даёт:

$$\rho_м g\frac{L}{2}\cos\alpha=\rho_в L\sin\alpha \;\Rightarrow\; \mathrm{tg}\alpha=\frac{\rho_м}{2\rho_в}. \quad (2) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Отсюда с учетом (1) получим: $\mathrm{tg}\alpha=\frac{1}{3}$.

Ответ: $\alpha=\mathrm{arctg}\left(\frac{1}{3}\right)$. **(2 б.)**

5. Первоначально покоящейся проводящей перемычке массы m и длины l ударом сообщили скорость v_0, и она начала без трения скользить по горизонтальным проводящим рельсам, концы которых соединены последовательно включенными катушкой индуктивностью L и первоначально разряженным конденсатором ёмкостью C. Вертикально приложено однородное магнитное поле с индукцией B. Пренебрегая сопротивлением перемычки и рельсов, найти максимальный ток I_m в цепи.



Решение.

При движении перемычки в цепи возникает э.д.с. индукции $\varepsilon = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -Blv$, где Φ — поток магнитного поля внутри цепи, v — скорость перемычки. При этом падения напряжений на конденсаторе q/C и на катушке $L\Delta I/\Delta t$ равны в сумме этой э.д.с.:

$$L\frac{\Delta I}{\Delta t} + \frac{q}{C} = -Blv \qquad (1)$$ **(2 б.)**

Возникающий в результате ток в перемычке приводит к силе Ампера $F_A = IBl$, так что уравнение движения перемычки можно записать в виде:

$$m\frac{dv}{dt} = IBl, \qquad (2)$$ **(1 б.)**

С учётом того, что $\Delta q = I\Delta t$, из (1) и (2) следует

$$m(v - v_0) = -qBl. \qquad (3)$$ **(2 б.)**

Когда ток в цепи максимален, $\Delta I/\Delta t = 0$. **(1 б.)**

В этом случае из (1) следует

$$q = CBlv. \qquad (4)$$ **(1 б.)**

Из (3) и (4) найдём:

$$v = \frac{v_0}{1 + CB^2l^2/m}, \quad q = \frac{CBlv_0}{1 + CB^2l^2/m}$$

и подставив эти выражения в закон сохранения энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} + \frac{mv^2}{2},$$ **(2 б.)**

получим **ответ:** $I_m = v_0Bl\sqrt{\dfrac{C}{L(1 + CB^2l^2/m)}}$. **(1 б.)**

6. Человек бросает снежок как можно дальше. Оценить среднюю силу, с которой рука действует на снежок во время броска. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

Решение.

Наибольшая дальность достигается при броске под углом 45°. При этом начальная скорость снежка v и дальность его полёта L связаны соотношением:

$$L = \frac{v^2}{g}. \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Работа силы F, с которой рука действует на снежок во время броска, равна кинетической энергии снежка:

$$F \cdot l \simeq \frac{mv^2}{2}, \qquad (2) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

где l — путь, проходимый снежком вместе с рукой при броске, а m — масса снежка.

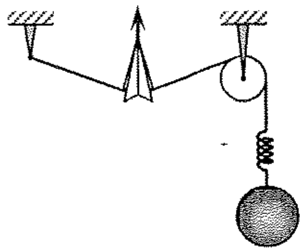
Из (2) с помощью (1) находим

$$F \simeq mg\frac{L}{2l}. \qquad (3) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

При $m \simeq 0.1$ кг, $L \simeq 30$ м, $l \simeq 0.5$ м и $g = 10$ м/с^2, получаем $F \simeq 30$ Н.

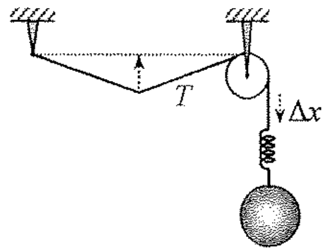
Ответ: примерно 30 Н. **(2 б.)**

7. Один конец нити (тетивы), которую можно считать нерастяжимой, закреплён, а второй перекинут через блок и прикреплён к тяжёлому грузу. Полученную систему используют как «гравитационный лук»: лёгкую стрелу размещают в центре конструкции на тетиве, оттягивают тетиву и отпускают. Выясняется, что такой лук стреляет невысоко. Конструкцию усовершенствуют с помощью пружины, которую прикрепляют одним концом к тетиве, а вторым к грузу. Лук начинает стрелять значительно лучше. Объясните наблюдаемое явление.



Решение:

Энергия E, переданная стреле, равна работе A, совершённой нитью над стрелой. В свою очередь, эту работу можно выразить как произведение перемещения Δx нити (справа от блока) на среднее натяжение нити $T_{ср}$:



$$E = A = \Delta x\, T_{ср}.$$

В обоих случаях перемещение Δx одинаково, т. к. оно задаётся оттягиванием нити. Сравним теперь натяжение нити с пружиной и без пружины.

С пружиной натяжение нити определяется натяжением пружины. В первый момент после отпускания стрелы, когда удлинение пружины ещё не успело измениться, натяжение равно весу груза (Mg). В дальнейшем натяжение пружины (и нити) уменьшается, но среднее значение натяжения остаётся того же порядка величины:

$$T_{ср} \sim Mg\,.$$

В этом случае энергия первоначально растянутой пружины почти целиком переходит в кинетическую энергию стрелы.

Без пружины груз после отпускания стрелы находится практически в свободном падении, так как масса стрелы мала по сравнению с массой груза. Поэтому натяжение нити мало по сравнению с Mg:

$$T_{ср} \ll Mg\,.$$

Исключение составляет малый участок перемещения груза до наинизшего положения, когда нить практически распрямляется. На этом малом участке высвобождается практически вся запасённая энергия (которая к этому моменту сосредоточена в кинетической энергии груза). Чтобы на малом перемещении передать её стреле требуется очень большая сила. На этом участке сила натяжения нити действительно резко возрастает, но её проекция на направление движения стрелы во много раз меньше, а воздействие на левую опору и блок велико. В результате значительная часть запасённой энергии передаётся не стреле, а опорам и переходит в тепло, как при неупругом ударе.

Таким образом, энергия, переданная стреле, оказывается значительно большей при наличии пружины. Поэтому с пружиной лук стреляет значительно лучше.