

Информатика

Задача 1 (5 баллов). Сколько цифр в десятичной записи числа 2^{100} ? Ответ требуется обосновать.

Задача 2 (6 баллов). Найти последние две цифры в десятичной записи числа 12^{1088} . Ответ требуется обосновать.

Задача 3 (4 балла). Если число y , которое записывается в системе счисления с основанием x как $120_{(x)}$, делится нацело на $11_{(10)}$ в десятичной системе счисления, то как записывается число 3^{10} в системе счисления с тем же основанием x ($3 \leq x \leq 16$)?

Задача 4. Хорошо известны задачи типа «набрать 4 литра при наличии банок в 5 литров и 3 литра». Введём необходимые для решения таких задач обозначения операций:

$>k$ – заполнить банку номер k из крана;

$i>j$ – перелить из банки номер i в банку номер j всё, либо до заполнения последней;

$<k$ – опустошить банку номер k ;

$=k$ – перелить банку номер k в результирующую тару.

Тогда решение задачи «набрать 4 литра при наличии банок в 5 литров и 3 литра» можно записать так:

$>2; 2>1; >2; 2>1; =2; >2; =2.$

a) (2 балла) Пусть даны 3 банки, первая — 11 литров, вторая — 7 литров, третья — 3 литра. Сколько литров набирает следующая последовательность действий:

$>2; >3; 3>1; 2>1; =1; >2; >3; 3>1; 2>1; >2; 2>1; 3>2; =3.$

b) (3 балла) Пусть даны две банки, первая — 11 литров, вторая — 7 литров; Записать последовательность действий, позволяющих набрать 23 литра.

Задача 5 (6 баллов). Четыре одноклассника Вася, Гена, Саша и Петя — разносторонние личности, у каждого есть любимый предмет в школе, который он знает лучше других. У кого-то из них это история, у кого-то литература, кто-то любит математику, а кто-то физику. Сегодня они ходили на физкультуру и пробежали пару километров на лыжах. Известно, что Петя прибежал позже Васи, тот, кто любит литературу прибежал сразу после Саши. Кроме того, Гена среди друзей на две позиции опередил любителя математики. Наконец, известно, что физик и историк — лучшие друзья, вот и на физкультуре первый финишировал сразу за вторым. Ответьте:

- кто из четырех одноклассников какое место занял в гонке на физкультуре,
- у кого из них какой любимый предмет в школе?

Ответ обосновать.

Задача 6 (10 баллов). Марка кирпичей по прочности — это максимальная высота h в метрах, при падении с которой кирпич не разбивается, но при падении с высоты $(h+1)$ метров разбивается. Надо определить марку кирпичей опытным путём, сбрасывая их с разных уровней высокой башни. Считается, что уровни в башне следуют через каждый метр, и что прочность (марка) кирпича не изменилась, если он не разбился при падении.

Пусть высота башни равна 100 метрам, и у вас есть только два кирпича. Определите, какое минимальное количество бросаний вам достаточно, чтобы определить марку кирпича. Доказать, что найденное число бросаний является минимально возможным для любой марки кирпича, не превосходящей 100.

Задача 7 (8 баллов). Вася хочет навести порядок на книжной полке, на которой стоит несколько книг. Каждая книга имеет некоторую высоту, выражающуюся в сантиметрах целым числом. Книги выстроены в ряд слева направо, причём высоты всех книг различны.

Вася решил выстроить книги в порядке увеличения их высоты. Таким образом, книга, которая стоит правее, должна иметь большую высоту. Для упрощения работы Вася написал программу, приведенную в таблице ниже, упорядочивающую высоты книг по возрастанию.

В программе количество книг задаётся в переменной N , а высоты книг перечислены в массиве A в порядке слева направо. После выполнения программы в массиве A должны быть записаны те же числа

в порядке возрастания. Например, если количество книг $N = 5$ и массив их высот $A = \{17, 11, 15, 35, 27\}$, то после работы программы в массиве A должно быть записано $\{11, 15, 17, 27, 35\}$.

C/C++	Basic
<pre>for (i = 0; i < N; i++) for (j = i+1; j < N; j++) if (A[j] < A[j-1]) { tmp = A[j]; A[j] = A[j-1]; A[j-1] = tmp; } }</pre>	<pre>FOR i = 1 TO N FOR j = i + 1 TO N IF A(j) < A(j - 1) THEN tmp = A(j) A(j) = A(j - 1) A(j - 1) = tmp END IF NEXT j NEXT i</pre>
Pascal	
<pre>for i:=1 to N do for j:=i+1 to N do if A[j] < A[j-1] then begin tmp := A[j]; A[j] := A[j-1]; A[j-1] := tmp; end; end;</pre>	

К сожалению, ошибся в алгоритме. Придумайте пример входных данных, на которых его программа выдаёт неправильный ответ. В вашем примере количество книг должно быть не менее одной и не более пяти. Высота каждой книги должна быть целым положительным числом, не превышающим 100. Все книги должны иметь различную высоту. От вас требуется написать:

- входные данные: количество книг N и массив высот A .
- выходные данные Васи: массив высот A после работы Васиной программы.

Задача 8 (8 баллов). В парке есть полянки, соединенные тропинками, по которым можно ходить в любую сторону. Администрация парка хочет посыпать тропинки красивым гравием, но при этом требуется минимизировать расход гравия. У нее имеется список тропинок и расхода гравия для каждой тропинки.

Номер тропинки	Начало тропинки (номер полянки)	Конец тропинки (номер полянки)	Расход гравия в кг
1	6	7	10
2	4	3	11
3	4	1	21
4	5	1	4
5	1	2	23
6	1	7	7
7	2	7	3
8	5	6	6
9	6	1	1
10	3	1	22
11	2	3	15

Составьте список номеров тропинок, которые нужно посыпать гравием, таким образом, чтобы расход гравия был минимальным, но при этом по посыпанным тропинкам можно было бы пройти от каждой полянки до любой другой. Посчитайте, сколько гравия потребуется для этого администрации.

Задача 9 (8 баллов). Дан массив из n различных целых чисел. Написать программу, которая находит сумму элементов массива, находящихся между наименьшим и наибольшим элементами включительно, Массив и его размер объявлены в исходном тексте и заданы в программе в виде переменных a и n соответственно. Результат суммирования программа должна вывести на экран. Переменные i, j, k, l, m объявлены и имеют целочисленный тип. Других переменных объявлять нельзя.

Решение нужно оформить как часть программы без заголовка, объявлений, начала и конца программы, функций, как это сделано в задаче 7.

Задача 10 (8 баллов). В целочисленном массиве **A** длины **N** ($1 \leq N \leq 100$) записана последовательность чисел, являющаяся арифметической прогрессией. Каждое число этой прогрессии положительно и не превосходит 100. Некоторые числа в массиве заменили на -1. Известно, что количество положительных чисел в массиве осталось не меньше двух. Напишите программу, которая находит сумму заданной арифметической прогрессии, включая неизвестные члены. Сумму хранить в целочисленной переменной **S**.

Например, для массива **A** = {-1, 5, 8, -1, 14} искомая сумма будет равна 40.

Задача 11 (8 баллов). Определите, какое число будет храниться в элементе **A[1]** после выполнения приведенной ниже программы

C/C++	Basic
<pre>#include <stdio.h> int A[21] = {-1,10,5,4,11,10,5,9,8,7,12,6,3,14,2,6,14,17,10,5,7}; int i,k; int main() { for (i = 20; i>=1; i--) { k = 2*i; if (k<=20) if (A[i] > A[k]) A[i] = A[k]; k = 2*i + 1; if (k<=20) if (A[i] > A[k]) A[i] = A[k]; } return 0; }</pre>	<pre>DIM A(20) AS INTEGER DIM k AS INTEGER A(1) = 10 A(2) = 5 A(3) = 4 A(4) = 11 A(5) = 10 A(6) = 5 A(7) = 9 A(8) = 8 A(9) = 7 A(10) = 12 A(11) = 6 A(12) = 3 A(13) = 14 A(14) = 2 A(15) = 6</pre>
<pre>var A:array[1..20] of integer = (10,5,4,11,10,5,9,8,7,12,6,3,14,2,6,14,17,10,5,7); i,k: integer; begin for i:=20 downto 1 do begin k := 2*i; if k<=20 then if A[i] > A[k] then A[i] := A[k]; k := 2*i + 1; if k<=20 then if A[i] > A[k] then A[i] := A[k]; end; end; end.</pre>	<pre>A(16) = 14 A(17) = 17 A(18) = 10 A(19) = 5 A(20) = 7 FOR i = 20 TO 1 STEP -1 k = 2 * i IF k <= 20 THEN IF A(i) > A(k) THEN A(i) = A(k) END IF END IF k = 2 * i + 1 IF k <= 20 THEN IF A(i) > A(k) THEN A(i) = A(k) END IF END IF NEXT i</pre>

Задача 12 (6 баллов). Определите, что напечатает заданная программа:

<i>C/C++</i>	<i>Basic</i>
<pre>#include <stdio.h> void A(int k); void C(int k) { printf("1"); if (k >= 1) A(k-1); } void B(int k) { printf("0"); if (k >= 1) A(k-1); } void A(int k) { if (k % 3 == 0) B(k-1); else C(k-1); } int main() { A(25); return 0; }</pre>	<pre>DECLARE SUB C (k) DECLARE SUB B (k) DECLARE SUB A (k) A 25 SUB A (k) IF (k MOD 3 = 0) THEN B (k - 1) ELSE C (k - 1) END IF END SUB SUB B (k) PRINT "0"; IF k >= 1 THEN A (k - 1) END SUB</pre>
<p style="text-align: center;"><i>Pascal</i></p> <pre>procedure A(k:integer); forward; procedure C(k:integer); begin write(1); if k >= 1 then A(k-1); end; procedure B(k:integer); begin write(0); if k >= 1 then A(k-1); end; procedure A(k:integer); begin if k mod 3 = 0 then B(k-1) else C(k-1); end; begin A(25); end.</pre>	<pre>SUB C (k) PRINT "1"; IF k >= 1 THEN A (k - 1) END SUB</pre>