

### 9 класс

1. (30 баллов) Две частицы одновременно начинают равноускоренное движение вдоль одного направления из одной точки. Первая частица имеет начальную скорость  $V_0$  и ускорение  $a_1$ , вторая — нулевую начальную скорость и ускорение  $a_2$ , причем  $a_2 > a_1$ . На какое максимальное расстояние первая частица обгонит вторую?

**Ответ.** Первая частица обгонит вторую на максимальное расстояние  $\frac{V_0^2}{2(a_2 - a_1)}$ .

**Решение.** Выберем ось  $x$  в направлении движения частиц с началом в точке, откуда частицы начинают движение. Запишем зависимость координат частиц  $x_1$  и  $x_2$  от времени  $t$  в виде

$$x_1 = V_0 t + \frac{a_1 t^2}{2}, \quad x_2 = \frac{a_2 t^2}{2},$$

а расстояние между частицами как

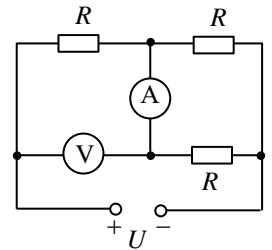
$$x_1 - x_2 = V_0 t - \frac{(a_2 - a_1)t^2}{2}.$$

Зависимость  $x_1 - x_2$  от  $t$  — параболическая с максимумом в момент  $t = V_0/(a_2 - a_1)$ . Соответствующее максимальное значение  $x_2 - x_1$  равно

$$(x_1 - x_2)_{\max} = \frac{V_0^2}{2(a_2 - a_1)}$$

**Разбалловка.** Записаны зависимости координат частиц от времени – по 5 баллов за частицу.  
Составлена разность координат – 5 баллов.  
Указано на наличие максимума у параболической зависимости – 5 баллов.  
Найдено искомое максимальное расстояние – 10 баллов.

2. (30 баллов) Цепь из трех одинаковых резисторов с сопротивлением  $R$ , амперметра с пренебрежимо малым сопротивлением и вольтметра с очень большим сопротивлением подключена к источнику с напряжением  $U$  (см. рис.). Найти показания приборов.



**Ответ.** Вольтметр показывает напряжение  $(2/3)U$ . Амперметр показывает ток  $U/(3R)$ .

**Решение.** Цепь эквивалентна включению резистора  $R$  последовательно с двумя включенными параллельно резисторами  $R$ , имеющими общее сопротивление  $R/2$ . Полное сопротивление цепи равно  $3R/2$ , следовательно, по ней протекает ток  $2U/(3R)$ . Напряжение на левом резисторе равно  $(2/3)U$ , его и показывает вольтметр, подключенный фактически параллельно к этому резистору. Через амперметр течет половина полного тока, т.е.  $U/(3R)$ .

**Разбалловка.** Понята эквивалентная схема цепи – 10 баллов.  
Найдены показания вольтметра – 10 баллов.  
Найдены показания амперметра – 10 баллов.

3. (40 баллов) Цилиндрический сосуд высотой 0,8 м с площадью дна  $0,01 \text{ м}^2$  до половины наполнен водой, в которой плавает кусок льда массой 0,9 кг, прикрепленный к дну недеформированной пружины. При доливании воды в сосуд сила упругости пружины вначале растет, а после достижения водой уровня 0,6 м перестает меняться. Сколько воды долили в сосуд к этому моменту? Чему равно максимальное значение силы упругости? Сколько воды будет в сосуде после того, как его заполнили до краев и подождали до полного таяния льда? Плотность льда  $900 \text{ кг/м}^3$ , воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ . Ускорение свободного падения считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ . Объемом пружины пренебречь.

**Ответ.** Долили воды объемом  $1,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ . Максимальное значение силы упругости равно 1 Н. В сосуде останется  $7,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$  воды.

**Решение.** Объем куска льда составляет  $V_{\text{л}} = 0,9/900 = 10^{-3} \text{ м}^3$ . Перед доливанием воды над ней выступает  $0,1V_{\text{л}}$  часть этого объема, т.е.  $10^{-4} \text{ м}^3$ . При подъеме уровня до 0,6 м лед полностью погружается в воду. Для подъема уровня воды от 0,4 м до 0,6 м требуется долить объем воды, равный  $0,2 \text{ м} \cdot 0,01 \text{ м}^2 - 0,1V_{\text{л}} = 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ .

Максимальное значение силы упругости  $F_{\text{max}}$  соответствует полностью погруженному льду, условие равновесия которого можно записать в виде

$$\rho_{\text{л}} V_{\text{л}} g + F_{\text{max}} = \rho_{\text{в}} V_{\text{л}} g,$$

где  $\rho_{\text{в}}$  и  $\rho_{\text{л}}$  – плотности воды и льда. Отсюда находим

$$F_{\text{max}} = (\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}) V_{\text{л}} g = 1 \text{ Н}.$$

В результате таяния лед объемом  $V_{\text{л}}$  превратится в воду объемом  $0,9V_{\text{л}}$ . При этом объем воды в сосуде станет равным

$$0,8 \text{ м} \cdot 0,01 \text{ м}^2 - 0,1V_{\text{л}} = 7,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

**Разбалловка.** Найден объем доливаемой воды – 10 баллов.  
Записано условие равновесия для полностью погруженного льда – 5 баллов.  
Найдена максимальная сила упругости – 10 баллов.  
Найдено количество воды в сосуде после таяния льда – 15 баллов.