

9 класс

1. (30 баллов) Тело, брошенное вертикально вверх с некоторой высоты, находилось в полете 3 с и прошло путь, втрое больший начальной высоты. Найти максимальную высоту подъема тела над землей. Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

Ответ: Максимальная высота подъема равна $9(3 - 2\sqrt{2})g$, где g – ускорение свободного падения, т.е. примерно 15 м.

Решение: Пройденный путь втрое больше начальной высоты только в том случае, если максимальная высота подъема тела в два раза больше начальной. Обозначим время подъема тела до верхней точки через t_1 , а время падения от верхней точки до земли через t_2 . Очевидно, что t_1 равно также времени падения тела с максимальной высоты до начальной (половины максимальной), поэтому можно записать уравнение

$$\frac{gt_1^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{gt_2^2}{2},$$

откуда следует $t_2 = \sqrt{2}t_1$. Учитывая также, что $t_1 + t_2 = 3$ с, находим $t_2 = 3\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)$ с. Для максимальной высоты получаем

$$\frac{gt_2^2}{2} = 9(3 - 2\sqrt{2})g \approx 15 \text{ м.}$$

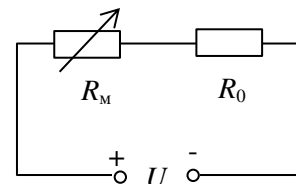
Разбалловка: Понято, что максимальная высота вдвое больше начальной – 10 баллов.

Это условие записано через времена $t_{1,2}$ – 10 баллов.

Найдено t_2 – 5 баллов.

Получен правильный ответ – 5 баллов.

2. (40 баллов) Цепь, составленная из резистора с сопротивлением $R_0 = 55$ Ом и магазина сопротивлений, который может принимать дискретные (с шагом 2 Ом) значения $R_M = 2, 4, 6 \dots 100$ Ом, подключена к источнику с напряжением $U = 100$ В (см. рис.). Какую максимальную мощность можно получить на магазине сопротивлений?



Ответ: Максимальная мощность на магазине равна 45,45 Вт.

Решение: Выделяющаяся на магазине сопротивлений мощность определяется формулой

$$P = \frac{U^2 R_M}{(R_M + R_0)^2},$$

которую для анализа полезно преобразовать к виду

$$P = \frac{U^2}{R_0 \left(\sqrt{\frac{R_M}{R_0}} + \sqrt{\frac{R_0}{R_M}} \right)^2}.$$

Сумма взаимно обратных величин в знаменателе имеет минимум при $R_M = R_0$. При этом выделяющаяся мощность имеет максимум. Поскольку условие $R_M = 55$ Ом не может быть выполнено точно, нужно взять близкие к 55 омам значения R_M , т.е. проверить на максимум мощности значения 54 Ом и 56 Ом. При обоих этих значениях получается одинаковая мощность 45,45 Вт, которая и является максимально достижимой.

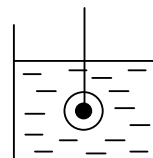
Разбалловка: Написана выражение для выделяемой на магазине мощности – 10 баллов.

Понято, что максимум выражения достигается при $R_M = R_0$ – 15 баллов.

Проведено сравнение значений мощности при $R_M = 54$ и 56 Ом – 10 баллов.

Найдена максимально достижимая мощность – 5 баллов.

3. (30 баллов) Кусок металла с замороженным на него льдом висит на нити, находясь полностью под водой и не касаясь дна сосуда с водой (см. рис.). Сила натяжения нити равна 3 Н. Когда лед растаял, сила натяжения возросла до 3,5 Н. Найти массу льда и массу металла. Плотность металла равна 4500 кг/м^3 , льда 900 кг/м^3 и воды 1000 кг/м^3 . Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .



Ответ: Масса льда равна 0,45 кг. Масса металла также равна 0,45 кг.

Решение: Запишем условие равновесия для куска металла со льдом

$$T_1 + \rho_B(V_L + V_M)g = \rho_L V_L g + \rho_M V_M g$$

и для куска металла после таяния льда

$$T_2 + \rho_B V_M g = \rho_M V_M g.$$

Здесь $T_{1,2}$ – значения силы натяжения нити, g – ускорение свободного падения, а ρ_B , ρ_L и ρ_M – плотности воды, льда и металла соответственно. Вычитая первое уравнение из второго, получаем

$$T_2 - T_1 = (\rho_B - \rho_L)V_L g.$$

Учитывая, что $T_2 - T_1 = 0,5$ Н, находим отсюда объем льда $V_L = 0,5$ л, а умножая его на плотность льда, находим и массу льда $\rho_L V_L = 0,45$ кг. Из второго условия равновесия находим объем металла $V_M = 0,1$ л, а умножая на плотность металла, находим массу металла $\rho_M V_M = 0,45$ кг.

Разбалловка: Записано условие равновесия для металла со льдом – 10 баллов.

Записано условие равновесия для металла – 5 баллов.

Найдена масса льда – 10 баллов.

Найдена масса металла – 5 баллов.