8 класс

1. (25 баллов) Два пассажира одновременно вступили на ленту движущегося вниз эскалатора. Один остался стоять на ленте, другой – побежал по ней вниз. Добежав до середины эскалатора, пассажир побежал наверх и встретился со стоящим на ленте пассажиром на расстоянии 1/3 длины эскалатора от его начала. Считая, что пассажир бежал с одинаковой скоростью относительно ленты вниз и вверх, найти отношение этой скорости к скорости движения ленты.

Ответ: Отношение скорости пассажира к скорости ленты равно 2.

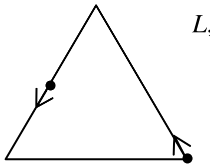
Решение: Поскольку пассажир пробежал одинаковое расстояние по ленте вниз и вверх, время его движения вниз (обозначим его через T) равно времени движения вверх. За время T бегущий пассажир сместился вниз на $L/2$ (L – длина эскалатора), стоящий на ленте пассажир сместился вниз на $L/3$ за время до встречи $2T$. Таким образом, можно составить уравнение

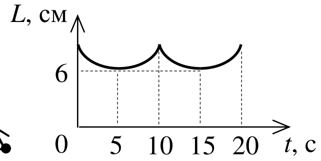
$$\frac{L/2}{V+u} = \frac{1}{2}\frac{L/3}{V},$$

где V – скорость движения ленты, u – скорость пассажира относительно ленты. Отсюда находим $u/V = 2$.

Разбалловка: Понято, что время движения вниз равно времени движения вверх – 5 баллов.
Использован закон сложения скоростей – 5 баллов.
Составлено уравнение для нахождения u/V – 10 баллов.
Получен ответ – 5 баллов.

2. (25 баллов) Два жучка одновременно начинают движение с равными скоростями по сторонам правильного треугольника: один из вершины, другой с середины стороны (см. рис.). Зависимость от времени расстояния между жучками приведена на графике. Чему равна сторона треугольника? Чему равна скорость жучков?



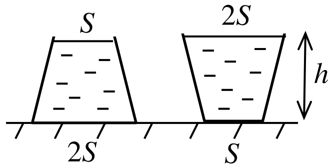


Ответ: Сторона треугольника равна 8 см. Скорость жучков равна 4 мм/с.

Решение: Из рисунка с расположением жучков ясно, что они снова окажутся на том же расстоянии друг от друга, что и в начале движения, после того, как каждый из них пройдет половину стороны треугольника. При этом из графика можно заключить, что половину стороны жучок проходит за 10 с. Тогда за первые 5 с после начала движения жучки пройдут расстояние в четверть стороны и окажутся на таком же (четверть стороны) расстоянии от ближайших к ним вершин треугольника. Соединяющий жучков отрезок прямой в момент 5 с будет параллелен основанию треугольника, а его длина будет равна 6 см (см. график). Этот отрезок будет основанием правильного треугольника со стороной равной 3/4 стороны исходного треугольника. Следовательно, сторона исходного треугольника равна 6 см · 4/3 = 8 см. Скорость жучка равна 4 см : 10 с = 4 мм/с.

Разбалловка: Понято, что жучки проходят половину стороны за 10 с – 5 баллов.
Понято расположение жучков в момент 5 с – 5 баллов.
Найдена сторона треугольника – 10 баллов.
Найдена скорость жучков – 5 баллов.

3. (25 баллов) В откачанном от воздуха помещении стоят две заполненные жидкостью колбы в виде усеченных конусов (см. рис.). На сколько отличаются силы, действующие на жидкость со стороны боковых стенок в этих сосудах? Плотность жидкости равна ρ, ускорение свободного падения g. *Указание*. Объем колбы $V = hS\left(1 + \sqrt{2}/3\right) \approx 1{,}47hS$.



Ответ: Силы отличаются на $\left(\frac{2\sqrt{2}}{3} - 1\right)\rho g hS \approx 0.06\rho g hS$.

Решение: Запишем условие баланса сил, действующих на жидкость в сужающемся кверху сосуде, в виде

$$F_{д1} = mg + F_{ст1},$$

где $F_{д1}$ – сила, с которой дно действует на жидкость, mg – действующая на жидкость сила тяжести и $F_{ст1}$ – сила со стороны стенок. Аналогично для расширяющегося кверху сосуда запишем

$$F_{д2} + F_{ст2} = mg.$$

Складывая уравнения и учитывая, что $F_{д1} = \rho g h 2S$, $F_{д2} = \rho g hS$ и $mg = \rho V g = \rho g hS\left(1 + \sqrt{2}/3\right)$, получаем

$$F_{ст1} - F_{ст2} = 3\rho g hS - 2\left(1 + \sqrt{2}/3\right)\rho g hS = \left(1 - 2\sqrt{2}/3\right)\rho g hS \approx 0{,}057\rho g hS.$$

Разбалловка: Записано условие баланса сил для каждого сосуда – по 5 баллов.
Записаны выражения для сил со стороны дна – по 5 баллов.
Получен ответ – 5 баллов.

4. (25 баллов) На дне цилиндрического сосуда лежит шар радиуса R. Когда в сосуд налили объем V воды, сила давления шара на дно уменьшилась до 4/9 от первоначального значения. После доливания такого же объема масла с плотностью 0,8 плотности воды сила давления шара на дно обратилась в нуль. Найти площадь дна сосуда. *Указание.* Объем шара $V_ш$ связан с его радиусом формулой $V_ш = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Ответ: Площадь дна сосуда равна $\frac{V}{R} + \frac{2}{3}\pi R^2$.

Решение: Запишем условие баланса действующих на шар сил до наливания воды

$$mg = N_0$$

(m – масса шара, g – ускорение свободного падения, N_0 – первоначальное значение силы давления шара на дно), после наливания воды

$$mg = \frac{4}{9}N_0 + \rho_в V_в g$$

($\rho_в$ – плотность воды, $V_в$ – объем погруженной в воду части шара) и после доливания масла

$$mg = 0 + \rho_в V_в g + 0{,}8\rho_в V_м g$$

($V_м$ – объем погруженной в масло части шара). Из записанных соотношений следует, что $V_м = V_в$. При одинаковых объемах воды и масла данное равенство может быть выполнено только в том случае, когда слои воды и масла имеют одинаковую толщину R, т.е. вода доходит до середины шара, а поверхность масла находится на уровне вершины шара. Для объема части сосуда, где находится вода и нижняя половина шара, можно записать такое равенство

$$SR = V + \frac{1}{2}V_ш = V + \frac{2}{3}\pi R^3,$$

откуда для площади дна S получаем

$$S = \frac{V}{R} + \frac{2}{3}\pi R^2.$$

Разбалловка: Записаны условия баланса сил после доливания воды и масла – по 5 баллов.
Получено $V_м = V_в$ – 5 баллов.
Доказано, что слои воды и масла имеют толщину R – 5 баллов.
Получен ответ – 5 баллов.