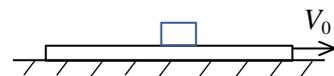


РЕШЕНИЯ И РАЗБАЛЛОВКА

Внимание: квант оценки равен 5 (можно ставить только 5, 10, 15 и т. д. баллов)!

11 класс

1. (30 баллов) На доску, лежащую на горизонтальном столе, поставили брусок и сообщили доске скорость  $V_0$  (см. рис.). Через какое время движение в системе прекратится, если масса бруска равна массе доски, коэффициент трения между бруском и доской  $\mu$ , а между доской и столом  $2\mu$ ? Ускорение свободного падения равно  $g$ . Считать, что брусок не соскальзывает с доски.



**Ответ:** Движение прекратится через время  $V_0/(3\mu g)$ .

**Решение:** На брусок действует направленная вдоль скорости доски сила трения  $\mu mg$  ( $m$  – масса бруска) со стороны доски, на доску – направленная против скорости сила трения  $\mu mg$  со стороны бруска и направленная в ту же сторону сила трения  $4\mu mg$  со стороны стола. В результате брусок будет двигаться равноускоренно с ускорением  $\mu g$ , доска – равнозамедленно с ускорением  $5\mu g$ . Скорость доски запишем в виде

$$V_1 = V_0 - 5\mu g t,$$

а скорость бруска как

$$V_2 = \mu g t.$$

Через время  $t_1 = V_0/(6\mu g)$  скорости бруска и доски примут одинаковое значение  $V_0/6$ . После этого оба тела будут замедляться, причем доска будет замедляться быстрее бруска: на нее будет действовать направленная против скорости сила трения  $4\mu mg$  со стороны стола и направленная вдоль скорости сила трения  $\mu mg$  со стороны бруска, т.е. суммарная тормозящая сила  $3\mu mg$ , тогда как брусок будет тормозиться силой  $\mu mg$ . Таким образом, у доски будет ускорение  $3\mu g$ , а у бруска  $\mu g$ . Доска остановится через время  $t_2$ , которое находится из условия  $V_0/6 - 3\mu g t = 0$  и равно  $t_2 = V_0/(18\mu g)$ . Брусок же остановится через время  $t_3$ , которое находится из условия  $V_0/6 - \mu g t = 0$  и равно  $t_3 = V_0/(6\mu g)$ . Как видно,  $t_3 > t_2$ . Таким образом, движение в системе полностью прекратится через время  $t_1 + t_3 = V_0/(3\mu g)$ .

**Разбалловка:** Записаны силы трения, действующие на тела на этапе разгона бруска – 5 баллов.

Найдено время, через которое сравниваются скорости тел – 5 баллов.

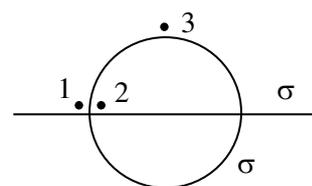
Записаны силы трения на этапе торможения бруска – 5 баллов.

Понято, что брусок остановится позднее доски – 5 баллов.

Найдено время остановки бруска – 5 баллов.

Найдено искомое полное время – 5 баллов.

2. (40 баллов) Плоскость, по которой равномерно распределен электрический заряд с плотностью  $\sigma$ , проходит через центр сферы с той же поверхностной плотностью заряда  $\sigma$  (см. рис.). Во сколько раз отличаются напряженности электрического поля в точках 1 и 2? Чему равна напряженность поля в точке 3? *Указание.* Величина напряженности электрического поля заряженной плоскости равна  $\sigma/(2\epsilon_0)$ , где  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная.



**Ответ:** Отношение напряженностей поля в точках 1 и 2 равно  $E_1/E_2 = \sqrt{5}$ . Напряженность поля в точке 3 равна  $E_3 = 3\sigma/(2\epsilon_0)$ .

**Решение:** Сфера не создает поля внутри себя, поле снаружи направлено радиально и вблизи сферы имеет величину

$$E_{\text{сферы}} = \frac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi \epsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

(здесь через  $R$  обозначен радиус сферы). Поле в точке 1 равно векторной сумме перпендикулярных друг другу полей плоскости и сферы, так что его величина равна

$$E_1 = \sqrt{E_{\text{плоск}}^2 + E_{\text{сферы}}^2} = \frac{\sqrt{5}\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Поле в точке 2 равно полю плоскости

$$E_2 = E_{\text{плоск}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Таким образом,  $E_1/E_2 = \sqrt{5}$ .

Поле в точке 3 равно сумме одинаково направленных полей плоскости и сферы:

$$E_3 = E_{\text{плоск}} + E_{\text{сферы}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

**Разбалловка:** Использовано, что сфера не создает поля внутри себя – 5 баллов.

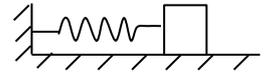
Записано поле сферы снаружи – 10 баллов.

Использован принцип суперпозиции для векторов полей – 5 баллов.

Найдено отношение полей в точках 1 и 2 – 10 баллов.

Найдено поле в точке 3 – 10 баллов.

3. (30 баллов) Прикрепленный к стене пружиной груз совершает колебания на гладком горизонтальном столе (см. рис.). В момент прохождения грузом положения равновесия середину пружины закрепляют. Во сколько раз изменится амплитуда колебаний?



**Ответ:** Амплитуда колебаний уменьшится в  $\sqrt{2}$  раз.

**Решение:** В момент прохождения грузом положения равновесия пружина не деформирована, значит ее энергия в этот момент равна нулю и вся энергия колебаний находится в форме кинетической энергии груза. При этом закрепление середины пружины не меняет энергию колебаний. Учитывая, что жесткость пружины  $k$  после закрепления возрастает вдвое, условие сохранения энергии можно записать в виде

$$\frac{kA_1^2}{2} = \frac{2kA_2^2}{2},$$

где  $A_1$  и  $A_2$  – амплитуды колебаний до и после закрепления. В результате получаем  $A_2/A_1 = 1/\sqrt{2}$ .

**Разбалловка:** Понято, что закрепление не меняет энергии колебаний – 5 баллов.

Использовано, что жесткость пружины возрастает вдвое – 10 баллов.

Записано правильно условие сохранения энергии – 10 баллов.

Получен правильный ответ – 5 баллов.