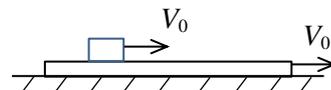


РЕШЕНИЯ И РАЗБАЛЛОВКА

Внимание: квант оценки равен 5 (можно ставить только 5, 10, 15 и т. д. баллов)!

11 класс

1. (30 баллов) На доску, лежащую на горизонтальном столе, поставили брусок и сообщили ему и доске одинаковую скорость V_0 (см. рис.). На какое расстояние сместится брусок относительно доски, если его масса равна массе доски, коэффициент трения между бруском и доской μ , а между доской и столом 2μ ? Ускорение свободного падения равно g . Считать, что брусок не соскальзывает с доски.



Ответ: Брусок сместится относительно доски на $V_0^2/(3\mu g)$.

Решение: На брусок действует направленная против скорости сила трения μmg (m – масса бруска) со стороны доски, на доску – направленная по скорости сила трения μmg со стороны бруска и направленная против скорости сила трения $4\mu mg$ со стороны стола. В результате доска и брусок будут двигаться равнозамедленно, брусок – с ускорением μg , доска – с ускорением $3\mu g$. Скорость доски запишем в виде

$$V_1 = V_0 - 3\mu gt,$$

а скорость бруска как

$$V_2 = V_0 - \mu gt.$$

Доска остановится через время $t_1 = V_0/(3\mu g)$, совершив относительно стола перемещение

$$L_1 = V_0^2/(6\mu g).$$

Брусок остановится через время $t_2 = V_0/(\mu g)$, совершив относительно стола перемещение

$$L_2 = V_0^2/(2\mu g).$$

Смещение бруска относительно доски находим как

$$L_2 - L_1 = V_0^2/(3\mu g).$$

Разбалловка: Записана сила трения, действующая на брусок – 5 баллов.

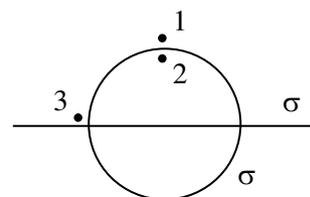
Записаны силы трения, действующие на доску – 5 баллов.

Найдено ускорение бруска – 5 баллов.

Найдено ускорение доски – 5 баллов.

Найдено искомое смещение бруска – 10 баллов.

2. (40 баллов) Плоскость, по которой равномерно распределен электрический заряд с плотностью σ , проходит через центр сферы с той же поверхностной плотностью заряда σ (см. рис.). Во сколько раз отличаются напряженности электрического поля в точках 1 и 2? Чему равна напряженность поля в точке 3? *Указание.* Величина напряженности электрического поля заряженной плоскости равна $\sigma/(2\epsilon_0)$, где ϵ_0 – электрическая постоянная.



Ответ: Отношение напряженностей поля в точках 1 и 2 равно $E_1/E_2 = 3$. Напряженность поля в точке 3 равна $E_3 = \sqrt{5}\sigma/(2\epsilon_0)$.

Решение: Сфера не создает поля внутри себя, поле снаружи направлено радиально и вблизи сферы имеет величину

$$E_{\text{сферы}} = \frac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

(здесь через R обозначен радиус сферы). Поле в точке 1 равно сумме одинаково направленных полей плоскости и сферы:

$$E_1 = E_{\text{плоск}} + E_{\text{сферы}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Поле в точке 2 равно полю плоскости

$$E_2 = E_{\text{плоск}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Таким образом, $E_1/E_2 = 3$.

Поле в точке 3 равно векторной сумме перпендикулярных друг другу полей плоскости и сферы, так что его величина равна

$$E_3 = \sqrt{E_{\text{плоск}}^2 + E_{\text{сферы}}^2} = \frac{\sqrt{5}\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Разбалловка: Использовано, что сфера не создает поля внутри себя – 5 баллов.

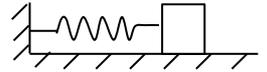
Записано поле сферы снаружи – 10 баллов.

Использован принцип суперпозиции для векторов полей – 5 баллов.

Найдено отношение полей в точках 1 и 2 – 10 баллов.

Найдено поле в точке 3 – 10 баллов.

3. (30 баллов) Прикрепленный к стене пружиной груз совершает колебания на гладком горизонтальном столе (см. рис.). В момент максимального растяжения пружины ее середину закрепляют. Во сколько раз изменится амплитуда колебаний?



Ответ: Амплитуда колебаний уменьшится в 2 раза.

Решение: В момент максимального растяжения пружины скорость груза равна нулю, и вся энергия колебаний сосредоточена в пружине. Закрепление середины пружины выводит из колебаний половину энергии, поэтому можно записать соотношение

$$\frac{1}{2} k A_1^2 = \frac{2k A_2^2}{2},$$

где A_1 и A_2 – амплитуды колебаний до и после закрепления и учтено, что в результате закрепления жесткость пружины увеличивается в 2 раза, с k до $2k$. В результате получаем $A_2 = A_1/2$.

Тот же ответ можно получить другим способом. В момент максимального растяжения пружины смещение ее центра равно $A_1/2$, а смещение конца пружины равно A_1 . Таким образом, смещение конца пружины относительно ее центра (точки закрепления пружины половинной длины) равно $A_1/2$. Это расстояние и равно новой амплитуде колебаний.

Разбалловка (для энергетического решения):

Понято, что закрепление выводит из колебаний половину энергии – 5 баллов.

Использовано, что жесткость пружины возрастает вдвое – 10 баллов.

Записано правильное соотношение энергий – 10 баллов.

Получен правильный ответ – 5 баллов.