

10 класс

1. (30 баллов) Тело, брошенное вертикально вверх с некоторой высоты, находилось в полете 3 с и прошло путь, втрое больший начальной высоты. С какой высоты было брошено тело? Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

Ответ: Начальная высота равна $9(3 - 2\sqrt{2})g/2$, где g – ускорение свободного падения, т.е. примерно 7,7 м.

Решение: Пройденный путь втрое больше начальной высоты только в том случае, если максимальная высота подъема тела в два раза больше начальной. Обозначим время подъема тела до верхней точки через t_1 , а время падения от верхней точки до земли через t_2 . Очевидно, что t_1 равно также времени падения тела с максимальной высоты до начальной (половины максимальной), поэтому можно записать уравнение

$$\frac{gt_1^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{gt_2^2}{2},$$

откуда следует $t_2 = \sqrt{2}t_1$. Учитывая также, что $t_1 + t_2 = 3$ с, находим $t_1 = 3(\sqrt{2} - 1)$ с. Для максимальной высоты получаем

$$\frac{gt_1^2}{2} = 9(3 - 2\sqrt{2})g \approx 7,7 \text{ м.}$$

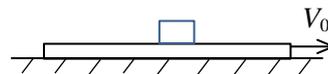
Разбалловка: Понято, что максимальная высота вдвое больше начальной – 10 баллов.

Это условие записано через времена $t_{1,2}$ – 10 баллов.

Найдено t_1 – 5 баллов.

Получен правильный ответ – 5 баллов.

2. (30 баллов) На доску, лежащую на горизонтальном столе, поставили брусок и сообщили доске скорость V_0 (см. рис.). Через какое время движение в системе прекратится, если масса бруска равна массе доски, коэффициент трения между бруском и доской μ , а между доской и столом 2μ ? Ускорение свободного падения равно g . Считать, что брусок не соскальзывает с доски.



Ответ: Движение прекратится через время $V_0/(3\mu g)$.

Решение: На брусок действует направленная вдоль скорости доски сила трения μmg (m – масса бруска) со стороны доски, на доску – направленная против скорости сила трения μmg со стороны бруска и направленная в ту же сторону сила трения $4\mu mg$ со стороны стола. В результате брусок будет двигаться равноускоренно с ускорением μg , доска – равнозамедленно с ускорением $5\mu g$. Скорость доски запишем в виде

$$V_1 = V_0 - 5\mu gt,$$

а скорость бруска как

$$V_2 = \mu gt.$$

Через время $t_1 = V_0 / (6\mu g)$ скорости бруска и доски примут одинаковое значение $V_0/6$. После этого оба тела будут замедляться, причем доска будет замедляться быстрее бруска: на нее будет действовать направленная против скорости сила трения $4\mu mg$ со стороны стола и направленная вдоль скорости сила трения μmg со стороны бруска, т.е. суммарная тормозящая сила $3\mu mg$, тогда как брусок будет тормозиться силой μmg . Таким образом, у доски будет ускорение $3\mu g$, а у бруска μg . Доска остановится через время t_2 , которое находится из условия $V_0/6 - 3\mu gt = 0$ и равно $t_2 = V_0/(18\mu g)$. Брусок же остановится через время t_3 , которое находится из условия $V_0/6 - \mu gt = 0$ и равно $t_3 = V_0/(6\mu g)$. Как видно, $t_3 > t_2$. Таким образом, движение в системе полностью прекратится через время $t_1 + t_3 = V_0/(3\mu g)$.

Разбалловка: Записаны силы трения, действующие на тела на этапе разгона бруска – 5 баллов.

Найдено время, через которое сравниваются скорости тел – 5 баллов.

Записаны силы трения на этапе торможения бруска – 5 баллов.

Понято, что брусок остановится позднее доски – 5 баллов.

Найдено время остановки бруска – 5 баллов.

Найдено искомое полное время – 5 баллов.

3. (40 баллов) Подвешенный на нити шарик массы m отклонили от вертикали так, что нить образовала прямой угол с вертикалью, и отпустили. Чему равна сила натяжения нити в момент, когда горизонтальная компонента ускорения шарика принимает значение $1,5g$ (g – ускорение свободного падения)?

Ответ: Сила натяжения нити равна $3mg/\sqrt{2}$.

Решение: Пусть в рассматриваемый момент нить составляет с вертикалью угол α . Запишем второй закон Ньютона для шарика в проекции на направление нити в виде

$$\frac{mV^2}{L} = T - mg \cos \alpha,$$

где V – скорость шарика, L – длина нити, T – сила натяжения нити. Из закона сохранения энергии также следует

$$\frac{mV^2}{2} = mgL \cos \alpha.$$

Из записанных уравнений находим, что $T = 3mg \cos \alpha$. Горизонтальное ускорение шарика определяется горизонтальной проекцией силы T и равно $3g \cos \alpha \sin \alpha$. С другой стороны, по условию эта проекция ускорения равна $1,5g$. Таким образом, приходим к уравнению

$$3g \cos \alpha \sin \alpha = 1,5g,$$

откуда получаем, что $\alpha = 45^\circ$ и, следовательно, $T = 3mg/\sqrt{2}$.

Разбалловка: Записан второй закон Ньютона в проекции на нить – 5 баллов.

Записан закон сохранения энергии – 5 баллов.

Получено выражение $T = 3mg \cos \alpha$ – 10 баллов.

Записан второй закон Ньютона в проекции на горизонталь – 5 баллов.

Найден угол α – 10 баллов.

Найдена сила натяжения нити – 5 баллов.