

## 10 класс

1. (30 баллов) Тело, брошенное вертикально вверх с некоторой высоты, находилось в полете 3 с и прошло путь, втрое больший начальной высоты. Найти максимальную высоту подъема тела над землей. Ускорение свободного падения считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

**Ответ:** Максимальная высота подъема равна  $9(3 - 2\sqrt{2})g$ , где  $g$  – ускорение свободного падения, т.е. примерно 15 м.

**Решение:** Пройденный путь втрое больше начальной высоты только в том случае, если максимальная высота подъема тела в два раза больше начальной. Обозначим время подъема тела до верхней точки через  $t_1$ , а время падения от верхней точки до земли через  $t_2$ . Очевидно, что  $t_1$  равно также времени падения тела с максимальной высоты до начальной (половины максимальной), поэтому можно записать уравнение

$$\frac{gt_1^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{gt_2^2}{2},$$

откуда следует  $t_2 = \sqrt{2}t_1$ . Учитывая также, что  $t_1 + t_2 = 3$  с, находим  $t_2 = 3\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)$  с. Для максимальной высоты получаем

$$\frac{gt_2^2}{2} = 9(3 - 2\sqrt{2})g \approx 15 \text{ м.}$$

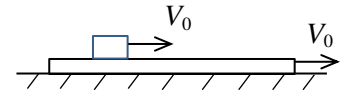
**Разбалловка:** Понято, что максимальная высота вдвое больше начальной – 10 баллов.

Это условие записано через времена  $t_{1,2}$  – 10 баллов.

Найдено  $t_2$  – 5 баллов.

Получен правильный ответ – 5 баллов.

2. (30 баллов) На доску, лежащую на горизонтальном столе, поставили брусок и сообщили ему и доске одинаковую скорость  $V_0$  (см. рис.). На какое расстояние сместится брусок относительно доски, если его масса равна массе доски, коэффициент трения между бруском и доской  $\mu$ , а между доской и столом  $2\mu$ ? Ускорение свободного падения равно  $g$ . Считать, что брусок не соскальзывает с доски.



**Ответ:** Брусок сместится относительно доски на  $V_0^2 / (3\mu g)$ .

**Решение:** На брусок действует направленная против скорости сила трения  $\mu mg$  ( $m$  – масса бруска) со стороны доски, на доску – направленная по скорости сила трения  $\mu mg$  со стороны бруска и направленная

против скорости сила трения  $4\mu mg$  со стороны стола. В результате доска и брусок будут двигаться равнозамедленно, брусок – с ускорением  $\mu g$ , доска – с ускорением  $3\mu g$ . Скорость доски запишем в виде

$$V_1 = V_0 - 3\mu gt,$$

а скорость бруска как

$$V_2 = V_0 - \mu gt.$$

Доска остановится через время  $t_1 = V_0 / (3\mu g)$ , совершив относительно стола перемещение

$$L_1 = V_0^2 / (6\mu g).$$

Брусок остановится через время  $t_2 = V_0 / (\mu g)$ , совершив относительно стола перемещение

$$L_2 = V_0^2 / (2\mu g).$$

Смещение бруска относительно доски находим как

$$L_2 - L_1 = V_0^2 / (3\mu g).$$

**Разбалловка:** Записана сила трения, действующая на брусок – 5 баллов.

Записаны силы трения, действующие на доску – 5 баллов.

Найдено ускорение бруска – 5 баллов.

Найдено ускорение доски – 5 баллов.

Найдено искомое смещение бруска – 10 баллов.

**3. (40 баллов)** Подвешенный на нити шарик отклонили от вертикали так, что нить образовала прямой угол с вертикалью, и отпустили. Чему равна вертикальная компонента ускорения шарика в момент, когда горизонтальная компонента принимает значение  $1,5g$  ( $g$  – ускорение свободного падения)?

**Ответ:** Вертикальная компонента ускорения равна  $0,5g$ .

**Решение:** Пусть в рассматриваемый момент нить составляет с вертикалью угол  $\alpha$ . Запишем второй закон Ньютона для шарика в проекции на направление нити в виде

$$\frac{mV^2}{L} = T - mg \cos \alpha,$$

где  $m$  и  $V$  – масса и скорость шарика,  $L$  – длина нити,  $T$  – сила натяжения нити. Из закона сохранения энергии также следует

$$\frac{mV^2}{2} = mgL \cos \alpha.$$

Из записанных уравнений находим, что  $T = 3mg \cos \alpha$ . Горизонтальное ускорение шарика определяется горизонтальной проекцией силы  $T$  и равно  $3g \cos \alpha \sin \alpha$ . С другой стороны, по условию эта проекция ускорения равна  $1,5g$ . Таким образом, приходим к уравнению

$$3g \cos \alpha \sin \alpha = 1,5g,$$

откуда получаем, что  $\alpha = 45^\circ$  и, следовательно,  $T = 3mg / \sqrt{2}$ . Записывая второй закон Ньютона в проекции на вертикальное направление в виде

$$ma_{\text{верт}} = T \cos \alpha - mg,$$

находим вертикальную проекцию ускорения

$$a_{\text{верт}} = 0,5g.$$

**Разбалловка:** Записан второй закон Ньютона в проекции на нить – 5 баллов.

Записан закон сохранения энергии – 5 баллов.

Получено выражение  $T = 3mg \cos \alpha$  – 5 баллов.

Записан второй закон Ньютона в проекции на горизонталь – 5 баллов.

Найден угол  $\alpha$  – 10 баллов.

Записан второй закон Ньютона в проекции на вертикаль – 5 баллов.

Найдена вертикальная проекция ускорения – 5 баллов.