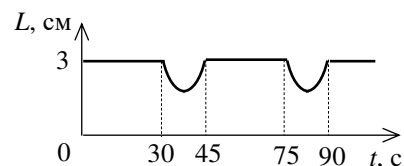


7 класс

1. (30 баллов) Два жучка одновременно начинают равномерное движение по сторонам квадрата. График зависимости расстояния L между жучками от времени t приведен на рисунке. Найти скорости жучков и длину стороны квадрата.



Ответ: Скорости жучков одинаковы и равны 2 мм/с. Длина стороны квадрата равна 9 см.

Решение: Приведенный график зависимости $L(t)$ возможен только в том случае, когда скорости жучков одинаковы по величине, жучки обегают квадрат в одном направлении и расстояние между ними меньше стороны квадрата. При этом участки с постоянным значением $L = 3$ см соответствуют движению жучков по одной стороне квадрата, а участки с переменным расстоянием $L(t)$ соответствуют движению по разным (смежным) сторонам. Из графика можно понять, что жучки проходят через одну и ту же вершину квадрата с интервалом в 15 с. Поскольку расстояние между жучками на одной стороне равно 3 см, то скорость жучка находится как $3 \text{ см} : 15 \text{ с} = 2 \text{ мм/с}$. Из графика также следует, жучок пробегает сторону квадрата за 45 с. Тогда длина стороны находится как $2 \text{ мм/с} \cdot 45 \text{ с} = 9 \text{ см}$.

Разбалловка: Понято, что скорости жучков одинаковы – 5 баллов.

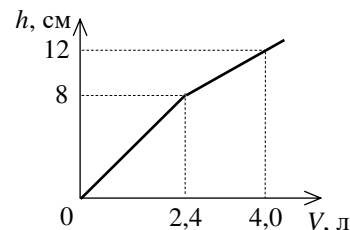
Понято, что жучки бегут в одну сторону – 5 баллов.

Понято, что расстояние между жучками меньше стороны квадрата – 5 баллов.

Найдена скорость жучков – 5 баллов.

Найдена длина стороны квадрата – 10 баллов.

2. (30 баллов) В цилиндрический сосуд, на дне которого лежит куб, начинают наливать воду. График зависимости высоты h уровня воды в сосуде от объема V налитой воды приведен на рисунке. Найти длину ребра куба.



Ответ: Длина ребра куба равна 10 см.

Решение: Обозначим через S_d площадь дна сосуда, а через S_k площадь основания куба. Участок графика 0-2,4 л соответствует заполнению объема над незакрытой кубом частью площади дна $S_d - S_k$ до уровня 8 см. Находим $S_d - S_k = 2,4 \text{ л} : 0,8 \text{ дм} = 3 \text{ дм}^2$. Поскольку на участке 2,4-4,0 л уровень воды растет медленнее, то вода начинает заполнять объем с большей площадью основания S_d . Это возможно в двух случаях: либо уровень воды поднимается выше куба, либо куб начинает плавать, и вода занимает объем под ним. В любом случае, получаем $S_d = (4,0 - 2,4) \text{ л} : 0,4 \text{ дм} = 4 \text{ дм}^2$. Используя ранее найденное значение $S_d - S_k = 3 \text{ дм}^2$, находим, что $S_k = 1 \text{ дм}^2$, т.е. ребро куба равно 1 дм. Поскольку эта величина больше 8 см, приходим к выводу, что при $h = 8$ см куб начал всплывать.

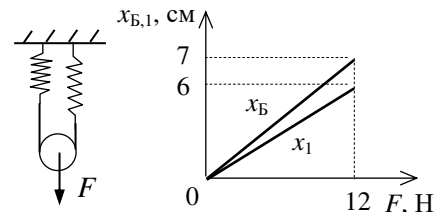
Разбалловка: По участку 0-2,4 л найдена разница площадей дна и основания куба – 5 баллов.

По участку графика 2,4-4,0 л найдена площадь дна сосуда – 5 баллов.

Понято, что куб всплывает – 10 баллов.

Найдено ребро куба – 10 баллов.

3. (40 баллов) В системе, показанной на рисунке, концы подвешенных пружин соединены нитью, на которой висит блок. Блок начинают тянуть вниз с силой F , величину которой постепенно увеличивают. Используя график зависимости смещения блока x_B и конца одной из пружин x_1 от величины F (см. рис.), найти коэффициенты жесткости пружин.



Ответ: Коэффициенты жесткости первой и второй пружин равны 1 Н/см и 0,75 Н/см соответственно.

Решение: Из условия равновесия блока следует, что сила натяжения нити равна $F/2$. Тогда жесткость первой пружины находится как $k_1 = (F/2) : x_1 = (12/2) \text{ Н} : 6 \text{ см} = 1 \text{ Н/см}$. Смещение блока x_B связано с растяжениями пружин x_1 и x_2 как $x_B = (x_1 + x_2)/2$. Отсюда получаем, что $x_2 = 2x_B - x_1$. В частности, $x_2 = 2 \cdot 7 - 6 = 8 \text{ см}$ при $F = 12 \text{ Н}$. Тогда жесткость второй пружины находится как $k_2 = (F/2) : x_2 = (12/2) \text{ Н} : 8 \text{ см} = 3/4 \text{ Н/см}$.

Разбалловка: Понято, что действующие на пружины со стороны нити силы равны $F/2$ – 10 баллов.

Найдена жесткость первой пружины – 5 баллов.

Растяжение второй пружины выражено через x_B и x_1 – 15 баллов.

Найдена жесткость второй пружины – 10 баллов.