

## 9 класс

1. (40 баллов) Тело, брошенное под углом к горизонту в момент  $t = 0$  с начальной скоростью  $V_0$ , находилось на одинаковом удалении от точки броска в моменты  $t_1$  и  $t_2$ . Найти время полета тела. При каком условии на угол между начальной скоростью и горизонтом одинаковое удаление от точки броска достигается в ходе полета не один раз? Ускорение свободного падения равно  $g$ .

**Ответ:** Время полета равно  $t_{\text{п}} = \frac{t_1+t_2}{t_1^2+t_1t_2+t_2^2} \left( \frac{2V_0^2}{g^2} + \frac{1}{2}(t_1^2 + t_2^2) \right)$ . Угол броска  $\alpha$  должен удовлетворять условию  $\sin \alpha > \frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**Решение:** Удаление  $\ell$  тела от точки броска зависит от времени  $t$  по закону

$$\ell(t) = \sqrt{(V_0 \cos \alpha t)^2 + (V_0 \sin \alpha t - gt/2)^2} = \sqrt{V_0^2 t^2 - gV_0 \sin \alpha t^3 + g^2 t^4/4},$$

где  $\alpha$  - угол броска (угол между начальной скоростью и горизонтом). Приравнявая удаления в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ , находим время полета

$$t_{\text{п}} = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{t_1+t_2}{t_1^2+t_1t_2+t_2^2} \left( \frac{2V_0^2}{g^2} + \frac{1}{2}(t_1^2 + t_2^2) \right).$$

Полагая  $t_1 = t_2 = t_0$ , из предыдущей формулы получаем

$$\sin \alpha = \frac{2V_0}{3gt_0} + \frac{gt_0}{3V_0} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left( \frac{\sqrt{2}V_0}{gt_0} + \frac{gt_0}{\sqrt{2}V_0} \right).$$

В скобке находится сумма взаимобратных положительных величин, поэтому минимальное значение скобки равно 2, а минимальное значение  $\sin \alpha$  равно  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**Разбалловка:** Записано выражение для удаления – 10 баллов.

Найдено время полета – 10 баллов.

Записано условие  $t_1 = t_2$  – 5 баллов.

Найдено минимальное значение  $\sin \alpha$  – 10 баллов.

Записано неравенство для  $\sin \alpha$  – 5 баллов.

2. (30 баллов) При поочередном подключении двух вольтметров к одному и тому же источнику напряжения стрелка одного отклонилась на полную шкалу, а другого – на треть шкалы. При подключении к тому же источнику этих вольтметров, соединенных последовательно, стрелка одного из них отклонилась на треть шкалы. На какую часть шкалы отклонилась стрелка другого вольтметра?

**Ответ:** На 2/9 шкалы.

**Решение:** Во втором случае на треть шкалы отклоняется стрелка того вольтметра, стрелка которого в первом случае отклонилась на полную шкалу. Отсюда следует, что напряжение на этом вольтметре составляет треть от напряжения источника. Тогда на другом вольтметре напряжение равно 2/3 от напряжения источника. Поэтому стрелка этого вольтметра отклоняется на 2/3 отклонения в первом случае, т.е. на 2/9 шкалы.

**Разбалловка:** Понято, стрелка какого вольтметра отклонилась

на треть шкалы во втором случае – 5 баллов.

Напряжение на этом вольтметре во втором случае

выражено через напряжение источника – 5 баллов.

Напряжение на другом вольтметре во втором случае

выражено через напряжение источника – 5 баллов.

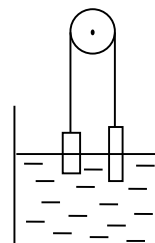
Найдено отклонение стрелки этого вольтметра

во втором случае – 15 баллов.

3. (30 баллов) Два цилиндра одинаковой массы, сделанные из одного материала и имеющие длины 8 см и 10 см, висят на концах переброшенной через блок идеальной нити. При этом оба цилиндра наполовину погружены в воду (см. рис.). На сколько сместятся цилиндры, если после доливания воды в сосуд ее уровень поднимется на 4 см, на 5 см?

**Ответ:** На 4/9 см, на 0,5 см.

**Решение:** Поскольку массы и плотности материала цилиндров одинаковы, то их объемы равны и площади поперечных сечений  $S_1$  и  $S_2$  относятся обратно пропорционально их длинам, т.е.  $S_1/S_2 = 5/4$ . Для сохранения равновесия при повышении уровня воды необходимо, чтобы погруженные объемы цилиндров были всегда равны (для равенства выталкивающих сил). Вследствие этого короткий цилиндр (с большим сечением) будет смещаться вверх, а длинный – вниз. Обозначим через  $h$  повышение уровня воды, а через  $x$  смещение



короткого цилиндра вверх. Тогда из равенства погруженных объемов следует, что  $S_1(h - x) = S_2(h + x)$ . Отсюда получаем, что  $x = h/9$ . Для  $h = 4$  см находим, что  $x = 4/9$  см. Если  $h = 4,5$  см, то  $x = 0,5$  см и уровень воды совпадает с верхними основаниями цилиндров. При дальнейшем повышении уровня воды цилиндры не будут смещаться (формула  $x = h/9$  перестает быть применимой), и, следовательно, при  $h = 5$  см смещение цилиндров останется равным  $0,5$  см.

**Разбалловка:** Найдено отношение сечений цилиндров – 5 баллов.

Понято, что погруженные объемы цилиндров всегда равны – 5 баллов.

Записана формула связи смещений цилиндров с подъемом уровня воды – 5 баллов.

Получен правильный ответ для случая подъема воды на 4 см – 5 баллов.

Понято, что уровень воды совпадает с верхними

основаниями цилиндров при подъеме воды на  $4,5$  см – 5 баллов.

Получен правильный ответ для случая подъема воды на 5 см – 5 баллов.