

9 класс

1. (30 баллов) Шарик скачет над горизонтальной плитой, упруго отражаясь от нее. Во сколько раз уменьшится время между двумя последовательными ударами шарика о плиту, если на половине максимальной высоты подъема поставить упруго отражающую горизонтальную плоскость?

Ответ: Время уменьшится в $2 + \sqrt{2} \approx 3,4$ раза.

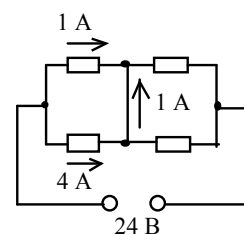
Решение: Пусть H – первоначальная высота подъема шарика. Время падения с этой высоты составляет $t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, и время между двумя последовательными ударами шарика о плиту равно $2t_1$. После того, как поставили отражающую плоскость, время движения шарика от плоскости до плиты можно найти как разность времен падения с высоты H до плиты и с высоты H до $H/2$, т.е. $t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} - \sqrt{\frac{H}{g}}$. Тогда время между двумя последовательными ударами о плиту равно $2t_2$. В итоге получаем соотношение времен $2t_1 : 2t_2 = 2 + \sqrt{2} \approx 3,4$.

Разбалловка: Найдено время между ударами о плиту без отражающей плоскости – 5 баллов.

Найдено время между ударами при наличии отражающей плоскости – 20 баллов.

Получен правильный ответ – 5 баллов.

2. (40 баллов) В цепи, приведенной на рисунке, даны токи через два резистора и переключку и напряжение источника. Найти сопротивления резисторов, если известно, что каждое из них равно целому числу омов, а сопротивление переключки равно нулю.



Ответ: Сопротивления резисторов равны (слева-направо и сверху-вниз по картинке) 12 Ом, 6 Ом, 3 Ом, 4 Ом.

Решение: Из баланса токов в узлах следует, что ток через правый резистор верхней ветви равен 2 А, а через правый резистор нижней ветви 3 А. Обозначим через R_1 сопротивление резистора, по которому течет ток 4 А и через R_2 – резистора, через который течет ток 3 А. Тогда сопротивление резистора, через который течет ток 1 А, равно $4R_1$, а резистора, через который течет ток 2 А, равно $3R_2/2$. Сумма напряжений на двух последовательно соединенных резисторах равна напряжению источника, откуда следует уравнение

$$4R_1 + 3R_2 = 24.$$

Единственное целочисленное решение этого уравнения имеет вид $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 4$ Ом. Отсюда находим сопротивления двух остальных резисторов.

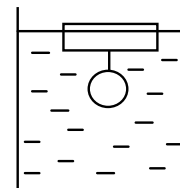
Разбалловка: Найдены токи через правые резисторы – по 5 баллов.

Понято соотношение между сопротивлениями параллельно включенных резисторов – 10 баллов.

Составлено уравнение связи R_1 и R_2 – 10 баллов.

Найдено решение уравнения – 10 баллов.

3. (30 баллов) В сосуде с водой плавает сплошной кусок льда, к которому на короткой нити прикреплен груз (см. рисунок). Натяжение нити равно 1 Н. При таянии льда уровень воды в сосуде начал изменяться с момента, когда растаяла половина льда. Найти первоначальную массу льда. Считать, что груз все время прикреплен ко льду. Плотность воды равна 1000 кг/м^3 , плотность льда 900 кг/м^3 . Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .



Ответ: Первоначальная масса льда равна 1,8 кг.

Решение: Для того, чтобы уровень воды начал меняться, весь нерастаявший лед должен оказаться под водой, т.е. плавучесть системы груз-лед должна обратиться в нуль. Запишем условие плавания льда для этого момента:

$$\rho_l V_l g + T = \rho_v V_l g,$$

где g – ускорение свободного падения и сила натяжения T равна 1 Н (неизменность силы натяжения следует из баланса сил, действующих на груз). Отсюда находим массу льда

$$\rho_l V_l = T/[g(\rho_v/\rho_l - 1)] = 0,9 \text{ кг.}$$

Таким образом, первоначальная масса льда равна 1,8 кг.

Разбалловка: Понято, что уровень воды не меняется до полного погружения льда – 5 баллов.

Записано условие плавания при нулевой плавучести – 10 баллов.

Использовано постоянство силы натяжения – 5 баллов.

Найдена масса оставшегося льда – 5 баллов.

Найден первоначальная масса льда – 5 баллов.