

ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2017-2018

Физика, I тур, вариант 1

РЕШЕНИЯ

Внимание: квант оценки равен 5 (можно ставить только 5, 10, 15 и т. д. баллов)!

Общая рекомендация: При проверке, даже если задача не решена, можно давать 5 баллов за правильно написанные физические законы, относящиеся к задаче.

7 класс

1. (40 баллов) Два автомобиля одновременно выезжают навстречу друг другу из разных пунктов и едут со скоростями, отличающимися в 1,5 раза. Один из автомобилей остановился и после стоянки продолжил движение с прежней скоростью. К моменту встречи автомобили прошли пути, отличающиеся в 2 раза. Найти отношение времени стоянки остановившегося автомобиля к времени его движения.

Ответ: Если останавливался «медленный» автомобиль, то отношение времени стоянки к времени движения равно $1/3$. Если останавливался «быстрый» автомобиль, то отношение времени стоянки к времени движения равно 2.

Решение: Обозначим через t время движения до встречи автомобиля, ехавшего без остановки. Тогда время движения другого автомобиля равно $t - T$, где T – время стоянки. Если останавливался «медленный» автомобиль, получаем соотношение

$$1,5Vt : V(t - T) = 2,$$

где V – скорость «медленного» автомобиля. Отсюда находим, что $T/(t - T) = 1/3$. Если останавливался «быстрый» автомобиль, то вдвое больший путь пройдет «медленный» и отношение пройденных путей запишется в виде

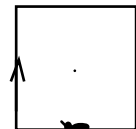
$$Vt : 1,5V(t - T) = 2.$$

Отсюда следует, что $T/(t - T) = 2$.

Разбалловка: Найдено отношение времен в одном случае – 30 баллов.

Найдено отношение времен в двух случаях – 10 баллов.

2. (30 баллов) Жучок бежит по неподвижному проволочному квадрату со скоростью V . За какое наименьшее время скорость удаления жучка от центра квадрата меняется от нуля до максимального значения? Сторона квадрата равна L .



Ответ: За время $L/(2V)$.

Решение: Когда жучок пробегает середину стороны, скорость его удаления от центра квадрата равна нулю. При приближении жучка к углу квадрата скорость удаления растет и достигает максимума вблизи угла.

Разбалловка: Понято, где скорость удаления равна нулю – 10 баллов.

Понято, где скорость удаления максимальна – 10 баллов

Найдено искомое время – 10 баллов

3. (30 баллов) Известно, что при смешивании 100 мл воды со 100 мл спирта объем смеси составляет 190 мл. Найти плотность смеси, если плотность воды равна 1000 кг/м^3 , а плотность спирта 800 кг/м^3 .

Ответ: Плотность смеси равна $1800 : 1,9 \approx 947 \text{ кг/м}^3$.

Решение: Масса смеси будет равна сумме масс 100 мл воды (0,1 кг) и 100 мл спирта (0,08 кг), т.е. 0,18 кг. Плотность смеси находим, поделив 0,18 кг на объем смеси $1,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$.

Разбалловка: Написана формула связи массы, объема и плотности – 5 баллов.

Найдена масса смеси – 10 баллов

Найдена плотность смеси – 15 баллов

8 класс

1. (40 баллов) Два автомобиля одновременно выезжают навстречу друг другу из разных пунктов и едут со скоростями, отличающимися в 1,5 раза. Один из автомобилей остановился и после стоянки продолжил движение с прежней скоростью. К моменту встречи автомобили прошли пути, отличающиеся в 2 раза. Найти отношение времени стоянки останавливавшегося автомобиля к времени его движения.

Ответ: Если останавливался «медленный» автомобиль, то отношение времени стоянки к времени движения равно $1/3$. Если останавливался «быстрый» автомобиль, то отношение времени стоянки к времени движения равно 2.

Решение: Обозначим через t время движения до встречи автомобиля, ехавшего без остановки. Тогда время движения другого автомобиля равно $t - T$, где T – время стоянки. Если останавливался «медленный» автомобиль, получаем соотношение

$$1,5Vt : V(t - T) = 2,$$

где V – скорость «медленного» автомобиля. Отсюда находим, что $T/(t - T) = 1/3$. Если останавливался «быстрый» автомобиль, то вдвое больший путь пройдет «медленный» и отношение пройденных путей запишется в виде

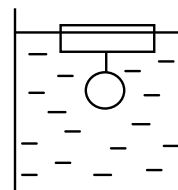
$$Vt : 1,5V(t - T) = 2.$$

Отсюда следует, что $T/(t - T) = 2$.

Разбалловка: Найдено отношение времен в одном случае – 20 баллов.

Найдено отношение времен в двух случаях – 10 баллов.

2. (40 баллов) В сосуде с водой плавает сплошной кусок льда, к которому на короткой нити прикреплен груз (см. рисунок). Натяжение нити равно 1 Н. При таянии льда уровень воды в сосуде начал изменяться с момента, когда растаяла половина льда. Найти первоначальную массу льда. Считать, что груз все время прикреплен ко льду. Плотность воды равна 1000 кг/м^3 , плотность льда 900 кг/м^3 . Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .



Ответ: Первоначальная масса льда равна 1,8 кг.

Решение: Для того, чтобы уровень воды начал меняться, весь нерастаявший лед должен оказаться под водой, т.е. плавучесть системы груз-лед должна обратиться в нуль. Запишем условие плавания льда для этого момента:

$$\rho_{\text{л}}V_{\text{л}}g + T = \rho_{\text{в}}V_{\text{л}}g,$$

где g – ускорение свободного падения и сила натяжения T равна 1 Н (неизменность силы натяжения следует из баланса сил, действующих на груз). Отсюда находим массу льда

$$\rho_{\text{л}}V_{\text{л}} = T/[g(\rho_{\text{в}}/\rho_{\text{л}} - 1)] = 0,9 \text{ кг}.$$

Таким образом, первоначальная масса льда равна 1,8 кг.

Разбалловка: Понято, что уровень воды не меняется до полного погружения льда – 10 баллов.

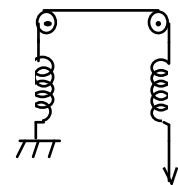
Записано условие плавания при нулевой плавучести – 10 баллов.

Использовано постоянство силы натяжения – 5 баллов.

Найдена масса оставшегося льда – 10 баллов.

Найден первоначальная масса льда – 5 баллов.

3. (30 баллов) Две легкие пружины с жесткостями 100 Н/м и 200 Н/м скреплены между собой переброшенной через неподвижные блоки нитью, одна из пружин скреплена с полом, а конец другой свободен (см. рисунок). На сколько сместится свободный конец пружины, если к нему приложить силу, равную 2 Н (15 баллов)? Чему при этом будет равно натяжение скрепляющей пружины нити (15 баллов)?



Ответ: Свободный конец пружины сместится на 3 см. Натяжение нити будет равно 2 Н.

Решение: Поскольку обе пружины и нить находятся в покое, на верхний конец правой пружины со стороны нити действует сила 2 Н (это и будет сила натяжения нити), такая же сила действует на верхний конец левой пружины. Следовательно, одна пружина растянется на 1 см, другая – на 2 см. Смещение свободного конца правой пружины равно сумме растяжений, т.е. 3 см.

Разбалловка: Найдено натяжение нити – 15 баллов.

Найдено растяжение каждой пружины – по 5 баллов

Найдено искомое смещение – 5 баллов

9 класс

1. (30 баллов) Шарик скачет над горизонтальной плитой, упруго отражаясь от нее. Во сколько раз уменьшится время между двумя последовательными ударами шарика о плиту, если на половине максимальной высоты подъема поставить упруго отражающую горизонтальную плоскость?

Ответ: Время уменьшится в $2 + \sqrt{2} \approx 3,4$ раза.

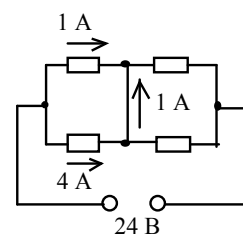
Решение: Пусть H – первоначальная высота подъема шарика. Время падения с этой высоты составляет $t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, и время между двумя последовательными ударами шарика о плиту равно $2t_1$. После того, как поставили отражающую плоскость, время движения шарика от плоскости до плиты можно найти как разность времен падения с высоты H до плиты и с высоты H до $H/2$, т.е. $t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} - \sqrt{\frac{H}{g}}$. Тогда время между двумя последовательными ударами о плиту равно $2t_2$. В итоге получаем соотношение времен $2t_1 : 2t_2 = 2 + \sqrt{2} \approx 3,4$.

Разбалловка: Найдено время между ударами о плиту без отражающей плоскости – 5 баллов.

Найдено время между ударами при наличии отражающей плоскости – 20 баллов.

Получен правильный ответ – 5 баллов.

2. (40 баллов) В цепи, приведенной на рисунке, даны токи через два резистора и переключку и напряжение источника. Найти сопротивления резисторов, если известно, что каждое из них равно целому числу омов, а сопротивление переключки равно нулю.



Ответ: Сопротивления резисторов равны (слева-направо и сверху-вниз по картинке) 12 Ом, 6 Ом, 3 Ом, 4 Ом.

Решение: Из баланса токов в узлах следует, что ток через правый резистор верхней ветви равен 2 А, а через правый резистор нижней ветви 3 А. Обозначим через R_1 сопротивление резистора, по которому течет ток 4 А и через R_2 – резистора, через который течет ток 3 А. Тогда сопротивление резистора, через который течет ток 1 А, равно $4R_1$, а резистора, через который течет ток 2 А, равно $3R_2/2$. Сумма напряжений на двух последовательно соединенных резисторах равна напряжению источника, откуда следует уравнение

$$4R_1 + 3R_2 = 24.$$

Единственное целочисленное решение этого уравнения имеет вид $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 4$ Ом. Отсюда находим сопротивления двух остальных резисторов.

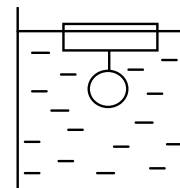
Разбалловка: Найдены токи через правые резисторы – по 5 баллов.

Понято соотношение между сопротивлениями параллельно включенных резисторов – 10 баллов.

Составлено уравнение связи R_1 и R_2 – 10 баллов.

Найдено решение уравнения – 10 баллов.

3. (30 баллов) В сосуде с водой плавает сплошной кусок льда, к которому на короткой нити прикреплен груз (см. рисунок). Натяжение нити равно 1 Н. При таянии льда уровень воды в сосуде начал изменяться с момента, когда растаяла половина льда. Найти первоначальную массу льда. Считать, что груз все время прикреплен ко льду. Плотность воды равна 1000 кг/м^3 , плотность льда 900 кг/м^3 . Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .



Ответ: Первоначальная масса льда равна 1,8 кг.

Решение: Для того, чтобы уровень воды начал меняться, весь нерастаявший лед должен оказаться под водой, т.е. плавучесть системы груз-лед должна обратиться в нуль. Запишем условие плавания льда для этого момента:

$$\rho_l V_l g + T = \rho_v V_l g,$$

где g – ускорение свободного падения и сила натяжения T равна 1 Н (неизменность силы натяжения следует из баланса сил, действующих на груз). Отсюда находим массу льда

$$\rho_l V_l = T/[g(\rho_v/\rho_l - 1)] = 0,9 \text{ кг.}$$

Таким образом, первоначальная масса льда равна 1,8 кг.

Разбалловка: Понято, что уровень воды не меняется до полного погружения льда – 5 баллов.

Записано условие плавания при нулевой плавучести – 10 баллов.

Использовано постоянство силы натяжения – 5 баллов.

Найдена масса оставшегося льда – 5 баллов.

Найден первоначальная масса льда – 5 баллов.

10 класс

1. (30 баллов) Под каким углом к горизонту было брошено тело, если на половине максимальной высоты подъема его скорость оказалась направленной под углом 45° к горизонту?

Ответ: Угол броска равен $\alpha = \arctg\sqrt{2} \approx 55^\circ$.

Решение: Обозначим через V_0 начальную скорость тела и через α искомый угол, под которым тело было брошено. Горизонтальная компонента скорости тела равна $V_0 \cos \alpha$ и не меняется в ходе движения. В момент, когда скорость тела оказалась направленной под углом 45° к горизонту, вертикальная компонента скорости стала равна горизонтальной, т.е. $V_0 \cos \alpha$. Запишем закон сохранения механической энергии при подъеме тела на максимальную высоту H :

$$\frac{mV_0^2 \sin^2 \alpha}{2} = mgH$$

и половинную высоту $H/2$:

$$\frac{mV_0^2 \sin^2 \alpha}{2} = \frac{mV_0^2 \cos^2 \alpha}{2} + mg \frac{H}{2}.$$

Исключая из этих уравнений H , получаем $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}$.

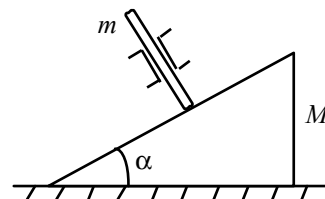
Разбалловка: Понято, что на половинной высоте вертикальная скорость равна начальной горизонтальной – 5 баллов.

Написана связь начальной вертикальной скорости с высотой подъема – 10 баллов.

Написана связь вертикальных скоростей – начальной и на высоте $H/2$ – 10 баллов.

Получен правильный ответ – 5 баллов.

2. (30 баллов) На гладком горизонтальном столе находится клин массы M с углом α при основании. На гладкую наклонную грань клина давит стержень массы m , который из-за направляющих может двигаться только перпендикулярно наклонной грани клина (см. рисунок). Трение между стержнем и направляющими отсутствует. Найти ускорение клина. Ускорение свободного падения равно g .



Ответ: Ускорение клина равно $\frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{m \sin^2 \alpha + M}$.

Решение: Запишем второй закон Ньютона для стержня в проекции на ось, перпендикулярную наклонной грани клина

$$ma_1 = mg \cos \alpha - N$$

(a_1 – ускорение стержня, N – сила реакции клина), и для клина в проекции на горизонталь

$$Ma_2 = N \sin \alpha,$$

(a_2 – ускорение клина). Учитывая, что $a_1 = a_2 \sin \alpha$ (кинематическая связь), находим ускорение клина.

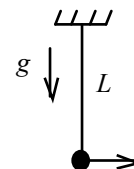
Разбалловка: Записан второй закон Ньютона для стержня – 10 баллов.

Записан второй закон Ньютона для клина – 5 баллов.

Записана кинематическая связь – 10 баллов.

Решена система уравнений – 5 баллов.

3. (40 баллов) Какую скорость нужно сообщить шарик, подвешенному на нити длины L (см. рисунок), чтобы величина его ускорения оказалась равной ускорению свободного падения g в момент, когда отклонение нити от вертикали составит угол 45° ?



Ответ: Шарик нужно сообщить скорость $\sqrt{gL \left(2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}$.

Решение: При отклонении нити на угол 45° проекция силы тяжести на перпендикулярное к нити направление сообщает шарик ускорение $g/\sqrt{2}$. Поскольку полное ускорение шарика по условию равно g , то нормальное ускорение шарика также равно $g/\sqrt{2}$, т.е.

$$\frac{V^2}{L} = \frac{g}{\sqrt{2}},$$

где V – скорость шарика. Записывая закон сохранения механической энергии в виде

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + mgL \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

и исключая V с помощью предыдущего соотношения, находим начальную скорость шарика

$$V_0 = \sqrt{gL \left(2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}.$$

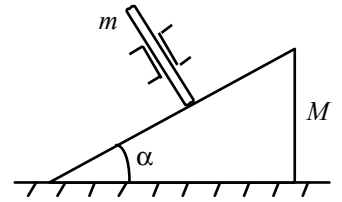
Разбалловка: Найдена величина нормального ускорения – 15 баллов.

Записан закон сохранения энергии – 15 баллов.

Получен правильный ответ – 10 баллов.

11 класс

1. (30 баллов) На гладком горизонтальном столе находится клин массы M с углом α при основании. На гладкую наклонную грань клина давит стержень массы m , который из-за направляющих может двигаться только перпендикулярно наклонной грани клина (см. рисунок). Трение между стержнем и направляющими отсутствует. Найти ускорение клина. Ускорение свободного падения равно g .



Ответ: Ускорение клина равно $\frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{m \sin^2 \alpha + M}$.

Решение: Запишем второй закон Ньютона для стержня в проекции на ось, перпендикулярную наклонной грани клина

$$ma_1 = mg \cos \alpha - N$$

(a_1 – ускорение стержня, N – сила реакции клина), и для клина в проекции на горизонталь

$$Ma_2 = N \sin \alpha,$$

(a_2 – ускорение клина). Учитывая, что $a_1 = a_2 \sin \alpha$ (кинематическая связь), находим ускорение клина.

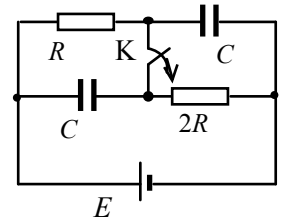
Разбалловка: Записан второй закон Ньютона для стержня – 10 баллов.

Записан второй закон Ньютона для клина – 5 баллов.

Записана кинематическая связь – 10 баллов.

Решена система уравнений – 5 баллов.

2. (40 баллов) В приведенной на рисунке схеме известны ЭДС батареи E , емкости конденсаторов C и сопротивления резисторов R и $2R$. Какой ток пойдет через батарею сразу после размыкания ключа K (20 баллов)? Какую работу совершит батарея после размыкания ключа (20 баллов)? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



Ответ: Сразу после размыкания ключа ток через батарею будет равен $2E/(3R)$. Батарея совершит работу CE^2 .

Решение: До размыкания ключа на верхнем конденсаторе было напряжение $2E/3$, а на нижнем $E/3$. Напряжения на конденсаторах останутся такими же и сразу после размыкания ключа. Следовательно, на верхнем резисторе будет напряжение $E/3$, а на нижнем $2E/3$. Токи через резисторы будут одинаковыми и равными $E/(3R)$. Ток через батарею равен сумме токов через резисторы, т.е. $2E/(3R)$. В стационарном состоянии заряды на конденсаторах будут одинаковыми и равными CE . Начальные же заряды равнялись $2CE/3$ (на верхнем) и $CE/3$ (на нижнем). Следовательно, после замыкания ключа через батарею пройдет заряд CE , а ее работа будет равна CE^2 .

Разбалловка: Записаны напряжения на конденсаторах до размыкания ключа – 5 баллов.

Понято, что сразу после размыкания напряжения на конденсаторах те же – 5 баллов.

Найдены токи через резисторы сразу после размыкания – 5 баллов.

Найден ток через батарею – 5 баллов.

Найдены конечные заряды на конденсаторах – по 5 баллов.

Найден заряд, который пройдет через батарею – 5 баллов.

Найдена работа батареи – 5 баллов.

3. (30 баллов) Тело прикреплено к стенке пружиной и совершает гармонические колебания, двигаясь по гладкому горизонтальному столу. Во сколько раз изменится амплитуда колебаний, если середину пружины закрепить в момент прохождения телом положения равновесия?

Ответ: Амплитуда колебаний уменьшится в $\sqrt{2}$ раз.

Решение: Обозначим коэффициент жесткости пружины через k , а амплитуду первоначальных колебаний через A_1 . Тогда энергию первоначальных колебаний можно записать как $kA_1^2/2$. После закрепления середины пружины энергия колебаний не изменится (в момент закрепления вся энергия является кинетической энергией тела). Учитывая, что коэффициент жесткости половины пружины равен $2k$, и обозначая амплитуду колебаний после закрепления через A_2 , можно записать соотношение

$$\frac{2kA_2^2}{2} = \frac{kA_1^2}{2},$$

откуда находим $A_2 = A_1/\sqrt{2}$.

Разбалловка: Понято, что энергия колебаний не меняется – 10 баллов.

Понято, что жесткость половины пружины вдвое больше, чем полной – 5 баллов.

Составлено уравнение связи амплитуд до и после закрепления – 10 баллов.

Получен правильный ответ – 5 баллов.